

3. Algorytm zero-jedynkowy w procedurze rozstrzygnięcia o poprawności rozumowań

A. Co są prawa logiki, czyli tautologie, klasycznego rachunku zdań Algorytm zerojedynkowy do rozstrzygnięcia o tautologiczności

W następujących dalej definicjach wytłuszczenie wskazuje na termin definiowany, kursywa zaś — na termin definiujący, jeśli on sam podlega potem definiowaniu.

1. Odróżnia się w rozumowaniach **poprawność formalną**, która polega na tym, że wniosek *wynika logicznie* z przesłanek, od **poprawności materialnej**, która polega na prawdziwości przesłanek,
2. Mówimy, że wniosek **wynika logicznie** z przesłanek, gdy przesłanki rozumowania, po połączeniu ich koniunkcją (jeśli jest więcej niż jedna) są podstawieniem w poprzedniku, wniosek zaś podstawieniem w następniku formuły o postaci implikacji, będącej *tautologią* czyli prawem logicznym.

Przykład rozumowania: „Jeśli [p] ten krzak jest różą, to [q] ten krzak ma kolce. Nie ma on kolców. Nie jest więc różą.” Litery wskazują, za jaką zmienną dane zdanie zostało podstawione w formule: [PP] $((p \Rightarrow q) \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$.

Formuła PP (od „Przecząco Przecząca”) jest tautologią, a więc odpowiadające jej rozumowanie jest formalnie poprawne. Uwaga. Gdyby się okazało, że istnieją róże bez kolców, nie wpłynęłoby to na poprawność formalną wniosku; okazałoby się ono natomiast obciążone błędem materialnym, czyli niepoprawne materialnie, tj. ze względu na treść).

Podana niżej definicja tautologii dotyczy tylko formuł podstawowej teorii logicznej zwanej klasycznym rachunkiem zdań. Rozszerzenie tej definicji na inne teorie logiczne wymagałoby jej przeformułowania.

3. **Tautologia** jest to formuła zbudowana z funktorów prawdziwościowych i zmiennych zdaniowych, która jest zawsze prawdziwa, tzn. staje się zdaniem prawdziwym przy dowolnym podstawieniu za jej zmienne,

Widać to na przykładzie najkrótszej tautologii „ $p \Rightarrow p$ ”, która przejdzie zawsze w zdanie prawdziwe, niezależnie od tego, czy za „ p ” podstawią się (tzn. wpisze się na miejscu „ p ”) zdanie prawdziwe, czy zdanie fałszywe.

4. **Algorytm zero-jedynkowy**, gdzie symbol „1” reprezentuje prawdę a „0” fałsz(ywość), jest to zbiór instrukcji służących do rozstrzygnięcia, czy rozważana formuła jest tautologią. Trzeba w tym celu wypróbować wszystkie możliwe w niej kombinacje podstawień. Np. przy dwóch zmiennych są one następujące: (1) prawda (tj. dowolne zdanie prawdziwe) za obie zmienne, (2) prawda za pierwszą zmienną i fałsz za drugą, (3) fałsz za pierwszą i prawda za drugą, (4) fałsz za obie. Jeśli w każdym podstawieniu formuła staje się prawdziwa, to jest tautologią, a jeśli bodaj w jednym fałszywa, to nie jest tautologią.

Dokładniejszy opis powyższej metody podaje *Logika Współczesna*, rozdział 3, ustęp 4.1.