II. Logika a gramatyka

Tło historyczne. Gramatyka przeżywa renesans w epoce komputerów, ponieważ zachodzi potrzeba precyzyjnego opisu konstrukcji językowych dla celów automatycznego przekładu, automatycznego dowodzenia twierdzeń i tym podobnych przedsięwzięć.

Ale i dawniej miewała wielkie wzloty — na przykład, za Karola Wielkiego (742-814), który w uprawianiu gramatyki łacińskiej widział jeden z warunków stworzenia uniwersalnego cesarstwa. Musiało mieć to imperium jednolity język, a ten szybko by się degenerował i zmieniał do niepoznaki, przestając służyć komunikacji, gdyby nie uporczywy wysiłek w ustalaniu i nauczaniu reguł ortografii i gramatyki. Toteż w średniowiecznych uczelniach należała gramatyka, wraz z logiką i retoryką, do sławetnego *trivium*, czyli trójki, podstawowych nauk, których dobre zaliczenie było warunkiem kariery akademickiej. A nawet kariery w zaświatach, skoro Dantemu przy końcu Pieśni XIII *Raju* jawią się w chwale *Anzelm z Donatem, co pierwszy się troskał o gramatyk księgi*; św. Anzelm (1033-1109), twórca scholastyki, należał do największych powag średniowiecza, toteż jego towarzystwo wielce wywyższa owego gramatyka z czwartego wieku, Aeliusa Donatusa.

Ważnym impulsem dla współczesnej gramatyki było powstanie logiki matematycznej, posługującej się metodami rachunkowymi i pomocnej w rozwijaniu matematyki, przy końcu ubiegłego stulecia. Narodziła się wtedy pewna idea opisu gramatycznego języka matematyki, którą rozwinął

Kazimierz Ajdukiewicz (1890-1963); wskazał on też kierunki zastosowań tej gramatyki do języka naturalnego.[1]

Miejsce gramatyki wśród nauk o języku rysuje się wyraziście w kontekście ich podziału na syntaktykę, semantykę i pragmatykę. **Syntaktyka** ma za przedmiot stosunki między wyrażeniami języka, czyli wewnątrzjęzykowe, np. stosunek strony czynnej i biernej czasownika. **Semantyka** dotyczy stosunków między językiem a tą rzeczywistością, do której język się odnosi, np. relacji prawdziwości między zdaniem a opisywaną przez nie sytuacją. **Pragmatyka** bada stosunki między językiem a nadawcami i odbiorcami komunikatów językowych (nazywa się ich użytkownikami języka), np. relacje między wypowiedzią i jej autorem. W tym kontekście **gramatyka** sytuuje się jako dział syntaktyki dotyczący poprawnego konstruowania oraz strukturalnego przekształcania wyrażeń językowych.

Konstrukcja rozdziału. Przedstawia się w nim gramatykę maksymalnie dostosowaną do opisu języka logiki, ale zdatną też do analizy języka naturalnego. Podstawowe w niej pojęcie kategorii składniowych jest wprowadzone, w pierwszym fragmencie rozdziału, przez nawiązanie do znanego powszechnie podziału na części mowy. W drugim fragmencie omawia się kategorie składniowe charakterystyczne dla języka współczesnej logiki, co pozwala podać, w trzecim i ostatnim fragmencie, kryteria poprawnych konstrukcji składniowych.

1. Pojęcie kategorii składniowej

1.1. Nawiązanie do podziału na części mowy. Porównajmy termin ‘kategoria składniowa’ z innym,

[1] Dane o piśmiennictwie i bardziej zaawansowany wykład tej gramatyki, zwanej często kategorialną, znajdzie Czytelnik w ELF, rozdz. XXVII, a także w pracy zbiorowej Buszkowski i in. (red.) [1988].

znanym z teorii lingwistycznej nauczanej w szkołach. Posługuje się tamta teoria pojęciem **części mowy** i wylicza jako owe części takie klasy wyrażeń jak rzeczownik, czasownik, przymiotnik, przysłówek, przyimek, spójnik itd. Tego rodzaju klasyfikacja pomaga określić warunki poprawności gramatycznej. I tak, gdy w poprawnym zdaniu ‘pasterz liczy owce’, zastąpimy któryś rzeczownik innym (w tym samym przypadku, liczbie i rodzaju) np. ‘owce’ przez ‘barany’, otrzymamy znowu poprawne zdanie; podobnie, ‘pasterz’ można zastąpić przez ‘kupiec’, a czasownik ‘liczy’ przez ‘sprzedaje’.

Termin ‘kategoria składniowa’ oznacza, w pewnym przybliżeniu, to samo, co ‘część mowy’. Ale jest to tylko przybliżenie, nie zaś identyczność znaczeń, bo o częściach mowy mówi się w kontekstach czysto językoznawczych, zaś o kategoriach składniowych w kontekstach dociekań filozoficznych lub logicznych. Na przykład, w rozważaniach o języku logiki nie powstaje problem, czy leksykalnie to samo wyrażenie w różnych formach fleksyjnych, jak ‘myślę’ i ‘myślisz’, reprezentuje jedną i tę samą część mowy, czy też tyle części mowy, ile ma ono form fleksyjnych; nie ma takich problemów gramatyka logiczna, bo język logiki jest pozbawiony fleksji.

Kategoria składniowa jest zbiorem, czyli klasą, wyrażeń.[2] Zbiór jest obiektem, do którego pewne inne obiekty pozostają w relacji określanej zwrotem *należy do*. Tak więc, powiedzenie, że jakieś wyrażenie należy do pewnej kategorii składniowej znaczy tyle, że należy ono do zdefiniowanego w pewien sposób zbioru wyrażeń rozważanego języka. Jak określamy tego rodzaju zbiory wyrażeń? Jest to pytanie na tyle podstawowe, że odpowiedź zasługuje na potraktowanie w osobnym odcinku.

---

[2] Terminów ‘zbiór’ i ‘klasa’ używać będziemy zamiennie; por. dalej, rozdz. szósty, “Tło historyczne”.

1.2. Definicja kategorii składniowej. Dwa wyrażenia należą do tej samej **kategorii składniowej** wtedy i tylko wtedy, gdy zdanie zawierające jedno z tych wyrażeń nie przestaje być zdaniem po zastąpieniu jednego z nich przez drugie (por. Tarski [1933], Ajdukiewicz [1935]).

Na przykład, zdanie ‘2+2=4’ nie przestaje być zdaniem, gdy ‘4’ zastąpimy przez ‘5’, znak dodawania przez znak odejmowania, czy znak równości przez znak mniejszości. Z tego wniosek, że ‘5’ należy do tej samej kategorii, co ‘4’. Znak zaś dodawania do tej samej co znak odejmowania; ale nie do tej co ‘4’, skoro ciąg znaków ‘$2 + 2 = -$’ nie będzie poprawnym składniowo zdaniem w języku arytmetyki.

Zauważmy, iż w definicji podanej na początku tego odcinka nie została zdefiniowana sama nazwa ‘kategoria składniowa’ lecz pewien jej kontekst, którym jest zwrot ‘dwa wyrażenia należą do tej samej kategorii składniowej’. Jest to jednak wystarczające do tego, by się porozumieć co do znaczenia nazwy ‘kategoria składniowa’; kto bowiem rozumie ów kontekst, potrafi zeń wyabstrahować, to jest wydobyć myślowo, znaczenie wplecionej weń nazwy.[3]

Ze względu na fakt, że konstrukcja tej teorii zaczyna się od pojęcia kategorii, określa się ją często mianem *gramatyki kategorialnej*, ale dla obecnych rozważań odpowiedniejsze jest inne określenie. Jak pokaże się dalej, kluczowe dla tych rozważań jest pojęcie funktora, na którym wznosi się konstrukcja następnych rozdziałów. Dlatego teoria, o której mowa, będzie określana jako **gramatyka funktorowa**.

2. Zdania, nazwy jednostkowe i predykaty

2.1. Pojęcie funkcji i funktora.[4] Spójrzmy obecnie na język w taki sposób, w jaki patrzymy na zapisy działań aryt-

---

[3] Podane określenie stanowi typowy przykład tego, co określamy mianem definicji przez abstrakcję. Por. rozdz. szósty, odc. 5.4.

[4] Dokonuję w toku tej książki pewnych świadomych powtórzeń po to, by pojęcia szczególnie ważne mogły być pełniej scharakteryzowane dzięki

metycznych. Występują w nich symbole, które zasługują na miano „aktywnych", w odróżnieniu od tych, które można określić jako „pasywne". Aktywne to, oczywiście, symbole działań czyli operacji, jak dodawanie, mnożenie itd., a pasywne to symbole liczb, na których wykonywane są działania. Te drugie nazywamy argumentami działań. Czy można przenieść to rozróżnienie na dowolny inny język? Trudno tu o jakąś dobrze udokumentowaną odpowiedź ogólną, ale co się tyczy języka współczesnej logiki, to w sposób naturalny poddaje się on tego rodzaju analizie.

Zacznijmy ją od potraktowania zdań jako pierwotnych argumentów operacji, przyjmując zarazem, że do wyrażeń symbolizujących operacje należą spójniki, jak 'i', 'lub', 'jeśli ... to' itd. Tym samym zaliczymy zdania do **kategorii podstawowych**, tzn. takich, które trzeba mieć na początku, żeby było na czym wykonywać operacje. Dla nazwania zaś kategorii pozostałych wyrażeń, wprowadzimy termin nawiązujący do tego, że operacje są tym, co w logice i matematyce nazywamy funkcjami; będzie to termin 'funktor'. Aby dobrze zrozumieć pojęcie funktora, trzeba je zbudować na pojęciu funkcji. Oto, co o funkcjach powinno się wiedzieć dla potrzeb gramatyki funktorowej.

Istnienie funkcji zakłada, że są dane dwa zbiory (w pewnych przypadkach różne, w innych identyczne), powiedzmy A i W. Niech będzie dana taka relacja, powiedzmy φ, która każdemu elementowi zbioru A przyporządkowuje dokładnie jeden element zbioru W. Relacja o tej własności to właśnie **funkcja**, elementy zbioru A to **argumenty** tej funkcji, zaś elementy zbioru W to **wartości funkcji**.

Rozważmy przykładowo relację *dawać pracę*, w skrócie P, by zobaczyć, jak za pomocą pojęcia funkcji można definiować m.in. stosunki ekonomiczne. Relacja ta okaże

występowaniu w różnych kontekstach. Pojęcie funkcji jest też dyskutowane w rozdziale trzecim, w kontekście definiowania funkcji prawdziwościowych, a także wspomniane w rozdziale szóstym, w kontekście formalnych własności relacji. Tutaj jest dlań kontekstem pojęcie funktora.

się być funkcją lub też nie, w zależności od tego, z jakim systemem ekonomicznym i społecznym mamy do czynienia. Weźmy pod uwagę zbiór obywateli w wieku produkcyjnym i zdolnych do pracy, powiedzmy B (od 'brać pracę'), oraz zbiór firm i instytucji dających zatrudnienie, czyli pracodawców, powiedzmy D (od 'dawać pracę'). W takim (wyimaginowanym dla przykładu) systemie, w którym każdy kto należy do klasy B ma swego pracodawcę, a przy tym jest on pracodawcą jedynym (bo prawo zabrania pracy w paru miejscach), P jest relacją z tego gatunku, który określamy jako funkcje. Innymi słowy, rozważany system charakteryzuje się równaniem $d = P(b)$ (małe litery oznaczają tu elementy odpowiednich zbiorów). Tak więc, ani system, w którym istnieje bezrobocie, ani też system, w którym zdarza się ludziom mieć więcej niż jednego pracodawcę, nie podpada pod tę charakterystykę.

Teraz każde ze znajomych działań arytmetycznych potrafimy rozpoznać jako funkcję. Będzie ona zawsze określona co do zbioru argumentów i co do zbioru wartości. Inne jest np. dodawanie określone dla liczb całkowitych, tj. łącznie z ujemnymi, a inne dla całkowitych dodatnich. Rozważmy przykładowo dodatnie. Dodawanie, jak też odejmowanie, mnożenie itd., jest funkcją dwuargumentową, co znaczy, że każdej parze elementów danego zbioru funkcja dodawania przyporządkowuje dokładnie jeden element tegoż zbioru (zbiór, z którego bierze się argumenty jest tu identyczny ze zbiorem, z którego bierze się wartości); np. parze liczb 2 i 3 odpowiada jednoznacznie liczba 5.

Zapis funkcji składa się z symbolu funkcyjnego, po którym następują argumenty, zwykle w nawiasach. W przypadku funkcji dwuargumentowych dogodny jest taki zapis, w którym symbol funkcyjny znajduje się pomiędzy argumentami, stąd piszemy np. '$y = x + z$' zamiast '$y = +(x, z)$'; notacja ilustrowana pierwszym z tych przykładów bywa określana jako *infiksowa*, zaś ilustrowana drugim jako *prefiksowa*.

W językach nie-matematycznych istnieją wyrażenia pełniące podobną rolę jak symbole funkcyjne, ale nie występujące w charakterystycznym dla tych symboli kontekście zmiennych, znaku równości itp. Stąd, w gramatyce uniwersalnej, zdolnej porównywać różne typy języków (a taka ma być gramatyka dla potrzeb logiki) potrzebny jest termin nadrzędny zakresowo, który objąłby zarówno symbole funkcyjne jak też ich wspomniane odpowiedniki. Do tej roli ukuto przed przeszło pół wiekiem, w Szkole Lwowsko-Warszawskiej, wymienione już wyżej słowo **funktor**, które przyjęło się szeroko w logice i w lingwistyce. Zobaczymy obecnie, jak ono się przydaje do opisu gramatycznego języka logiki.

2.2. Funktory zdaniotwórcze od argumentów zdaniowych. W logice interesują nas w pierwszej kolejności, jako podstawowe, procedury tworzenia zdań ze zdań. Wnioskowanie bowiem polega na wyprowadzaniu jednych zdań z innych, w czym bierze się pod uwagę najpierw złożenia zdań ze zdań, a następnie strukturę zdań składowych. Pierwszym więc przedmiotem obecnych rozważań będzie kategoria wyrażeń służących do tworzenia zdań złożonych. Ponieważ zachodzą tu zależności funkcyjne (systematycznie rozważane w następnym rozdziale), owe wyrażenia zasługują na miano funktorów.

Gdy tworzy się zdanie złożone będące funkcją jego zdań składowych, użyty do tego celu środek jest określany jako **funktor zdaniotwórczy od ... argumentów zdaniowych**, gdzie w miejscu kropek wymienia się odpowiednią liczbę, którą może być 1, 2 etc. Funktorami zdaniotwórczymi od jednego argumentu zdaniowego są np. zwroty: ‘jest prawdą, że’, ‘nie jest prawdą, że’, ‘jest konieczne, że’, ‘jest możliwe, że’. Funktorami zdaniotwórczymi od dwóch argumentów zdaniowych są spójniki, jak ‘i’, ‘lub’, ‘jeśli ... to’, ‘ponieważ’ i wiele innych.

Kategoria zdań została wyżej (odc. 2.1) określona jako podstawowa, zdania bowiem stanowią punkt wyjścia, niejako tworzywo, dla operacji wykonywanych za pomocą funktorów (o innej kategorii podstawowej będzie mowa dalej). Oprócz podstawowych mamy w każdym języku kategorie funktorowe. Mając na uwadze kategorię zdań, trzeba rozróżnić dwie kategorie funktorowe: funktory zdaniotwórcze od jednego argumentu zdaniowego oraz funktory zdaniotwórcze od dwóch argumentów zdaniowych.

Dogodnie jest, dla skrócenia wypowiedzi i dla pewnych rozumowań, by zamiast długich, jak powyższe, nazw kategorii wprowadzić krótkie oznaczenia symboliczne. Niech litera *s* (od łacińskiego słowa *sententia*, tj. zdanie) będzie symbolem kategorii zdaniowej. W charakterystyce określonego funktora trzeba będzie w naszej notacji oddzielić wynik operacji składania, czyli to, co dany funktor tworzy, od składników, czyli od argumentów operacji. Niech posłuży do tego kreska na wzór ułamkowej; nad nią piszemy wartość funkcji czyli wynik operacji (tj. to, co dany funktor tworzy), a pod nią argumenty operacji. Wtedy podane wyżej nazwy kategorii funktorowych będą oddane w symbolach, odpowiednio, jako $\frac{s}{s}$ oraz $\frac{s}{ss}$.

Wyrażenia tego rodzaju nazywamy **wskaźnikami kategorii składniowej**. Ze względów ekonomii typograficznej, będziemy w takich wskaźnikach zastępować kreskę poziomą przez kreskę skośną, co da zapisy s/s, s/ss itp.

2.3. Funktory zdaniotwórcze od argumentów nazwowych czyli predykaty. Zdanie proste, tzn. takie, którego żaden składnik już nie jest zdaniem, jest też pewną strukturą, ale złożoną z elementów innych niż zdania. Zajmiemy się obecnie badaniem tej struktury za pomocą gramatyki funktorowej; pomagać sobie przy tym będziemy odniesieniem do gramatyki znanej ze szkoły, która każe dzielić zdania na podmiot i orzeczenie.

Wychodząc od tych tradycyjnych pojęć podmiotu i orzeczenia, poddamy je modyfikacji, która polega na dopuszczeniu więcej niż jednego podmiotu; to zaś ile ich ma być, zależy od treści zastosowanego do nich orzeczenia. Oto, na przykład, zdania 'Arystoteles przechadza się' i 'Arystoteles jest pierwszym logikiem europejskim' mają po jednym podmiocie i jednym orzeczeniu. Orzeczeniem jest w pierwszym zdaniu czasownik 'przechadza się', a w drugim zwrot 'jest pierwszym logikiem europejskim'. Ale gdy powie się o tymże filozofie 'Arystoteles jest uczniem Platona", trzeba dokonać rozbioru zdania na orzeczenie 'jest uczniem' i dwa podmioty: 'Arystoteles' i 'Platon'.

Żeby przeprowadzić analizę syntaktyczną zdania środkami gramatyki funktorowej, trzeba zacząć od ustalenia, co jest w danej konstrukcji kategorią podstawową. Dla języka logiki przyjmuje się, że kategorię podstawową, oprócz omówionej już kategorii zdaniowej, stanowią **nazwy jednostkowe**, tj. takie, które z racji swego przeznaczenia, odnoszą się do tylko jednego przedmiotu, podczas gdy nazwy ogólne odnoszą się z przeznaczenia do wielu przedmiotów (choć może się zdarzyć, że pozostał tylko jeden, np. ostatni Mohikanin). Funkcję nazw jednostkowych pełnią wzorcowo imiona własne, np. 'Hammurabi'. Kategorię nazw jednostkowych oznaczamy symbolicznie wskaźnikiem literowym *n*.

Orzeczenie zatem, gdy idzie o zdania mające w podmiocie nazwy jednostkowe, jest funktorem zdaniotwórczym od dwóch lub więcej argumentów nazwowych. Opisuje się to symbolicznie, przypomnijmy, pisząc nad kreską (w rodzaju ułamkowej) symbol kategorii tego wyrażenia, które dany funktor formuje ze swych argumentów, a pod kreską symbole kategorii argumentów. Tak więc, gdy kategorię zdania oznaczymy symbolem *s*, funktor zdaniotwórczy od jednego argumentu nazwowego charakteryzowany jest wskaźnikiem $\frac{s}{n}$ (lub s/n), funktor zdaniotwórczy od dwóch argumentów nazwowych wskaźnikiem $\frac{s}{nn}$ (s/nn) itd.

Taka jednak interpretacja orzeczenia, która dopuszcza, żeby odnosiło się ono do więcej niż jednego podmiotu, choć da się wyrazić w terminach gramatyki tradycyjnej, nie jest w niej przyjmowana. Tu jej droga rozchodzi się z drogą gramatyki funktorowej. Wedle metody tradycyjnej, która każe dzielić zdanie najpierw na frazę podmiotu i frazę orzeczenia, a potem, gdy któraś z nich okaże się wyrażeniem złożonym, prowadzić dalej rozbiór syntaktyczny, trzeba przyjąć, że podmiotem zdania ‘Afrodyta sprzyja Parysowi’ jest nazwa ‘Afrodyta’, zaś orzeczeniem zwrot ‘sprzyja Parysowi’. Gramatyka funktorowa widzi w tej strukturze predykat (odpowiednik orzeczenia) ‘sprzyja’ z argumentami ‘Afrodyta’ i ‘Parys’.

Co prawda, gramatyka funktorowa jest na tyle sprawna, że można w niej oddać także rozbiór dwuczłonowy, mianowicie zwrot ‘sprzyja Parysowi’ potraktować jako predykat jednoargumentowy, w którym ‘sprzyja’ jest funktorem tworzącym ten złożony predykat wespół z argumentem nazwowym ‘Parys’. Takie jednak rozwiązania składniowe nie służyłyby dobrze temu celowi, dla którego została stworzona współczesna logika. Miała ona przede wszystkim posłużyć do udoskonalenia języka matematycznego, dla którego charakterystyczne są wyrażenia w rodzaju: $\frac{10}{5} = 2$ czy $5 < 10$. Są to niewątpliwie zdania, ale w ich rozbiorze zawodzi metoda dwuczłonowego podziału na podmiot i orzeczenie. Wprawdzie gramatyka funktorowa służy tu taką możliwością interpretacyjną, że np. w drugim z tych zdań funktorem zdniotwórczym byłaby fraza ‘< 5’, w której symbol ‘$<$’ będzie funktorem funktorotwórczym od jednego argumentu nazwowego (jak w poprzednio podanym zdaniu o Afrodycie); będzie to jednak z gruntu odmienne od sposobu, w jaki widzi się strukturę takich zdań w praktyce matematycznej.

Funktory zdaniotwórcze od dwóch lub więcej argumentów nazwowych dotyczą zawsze jakichś relacji, jak w matematyce równość, mniejszość itd. Poza matematyką świat także roi się od relacji. Wszak przedmioty materialne bywają równe sobie, mniejsze jeden od drugiego, cięższe, jaśniejsze, itd. Każdy przymiotnik ma stopień wyższy, a ten odnosi się do jakiejś relacji, każdy czasownik przechodni i wiele innych dotyczy też relacji. Ponadto, są na oznaczenie pewnych relacji specjalne zwroty, jak nazwy stosunków pokrewieństwa czy zwrot ‘jest uczniem’.

Funktory z tej kategorii tak często pojawiają się w języku logiki, że warto mieć do ich nazywania termin wygodniejszy od zwrotu ‘funktor funktorotwórczy od argumentów nazwowych’. Ukuto do tego celu termin **predykat**, nawiązujący w pewien sposób do pojęcia orzeczenia, łacińskie bowiem słowo *praedico* znaczy tyle, co ‘orzekam’. Ale, przypomnijmy, predykat w sensie współczesnej logiki odnosi się nie tylko do własności przysługującej pojedynczym przedmiotom, co czyni (podobnie jak tradycyjne orzeczenie) predykat jednoargumentowy, np. ‘jest liczbą ułamkową’, lecz także do własności par przedmiotów, co czyni predykat dwuargumentowy, np. ‘jest większy od’, trójek przedmiotów, co czyni predykat trójargumentowy, np. ‘leży między’; i tak dalej.

3. Inne kategorie. Poprawność składniowa

3.1. Symbole zmienne i formuły zdaniowe. Zajmiemy się obecnie rolą symboli zmiennych. Ich obecność stanowi charakterystyczną cechę języków matematyki i logiki, podczas gdy w językach naturalnych jest ona conajwyżej śladowa.[5]

[5] Językowi symbolicznemu zawdzięcza nowożytna matematyka swój ogromny postęp. Matematyka hinduska i arabska w średniowieczu obywała się bez zmiennych, choć w pewnej postaci były one już obecne w logice Arystotelesa. Dopiero rozkwit badań algebraicznych w Europie w wiekach XVI

Odpowiednio do rozróżnienia kategorii zdań i kategorii nazw (jednostkowych), rozróżniamy *zmienne zdaniowe* i *zmienne nazwowe*. Wyrażenie, które nie jest zmienną nazywamy stałą, odróżniając *stałe logiczne*, tj. właściwe językowi logiki, od pozalogicznych. Stałymi pozalogicznymi są np. nazwy. Możemy więc, zamiast słowem 'nazwa' posłużyć się zwrotem '*stała nazwowa*', o ile ta druga stylistyka jest w jakimś kontekście stosowniejsza.

Zmienne służą do tego, by podstawiać za nie, gdy zachodzi potrzeba, odpowiednie stałe. I tak, stałe zdaniowe (tj., po prostu, zdania) za zmienne zdaniowe; stałe nazwowe za zmienne nazwowe, np. stałe 'Ewa' i 'Adam' w formule 'x kusi y'; i tak dalej.[6] Wyrażenie, które zawiera zmienne nazwowe i przechodzi w zdanie po wpisaniu w miejsce zmiennych jakichś stałych będziemy określać mianem **formuły zdaniowej**.

Powyższe rozważanie nie wyczerpuje wszystkich kategorii wyrażeń występujących w języku logiki. O innych można będzie mówić wtedy, gdy dokładniej poznamy język odpowiednich teorii logicznych. W szczególności, trzeba będzie rozważyć syntaktyczną rolę stałych logicznych zwanych kwantyfikatorami. Obecna dyskusja przygotowała do tego grunt; gdy np. zechcemy powiedzieć, że kwantyfikator to funktor zdaniotwórczy od argumentu, którym jest formuła zdaniowa, to dzięki obecnym rozważaniom będziemy mieli do tego celu stosowne słownictwo.

3.2. Problem z kategorią nazw ogólnych. W klasycznej wersji współczesnej logiki kategoria nazw ogranicza się do nazw jednostkowych, co jednak nie ogranicza

i XVII przyniósł upowszechnienie się języka z symbolami zmiennymi. Por. Marciszewski [1992].

[6] W tym 'dalej' mieszczą się zmienne predykatowe i inne zmienne funktorowe, ale te występują dopiero w bardziej zaawansowanych teoriach logicznych, którymi nie będziemy się zajmować.

możliwości ekspresji ponieważ rolę opisywania rzeczy w sposób ogólny wzięły na siebie predykaty. Całkiem inaczej było w logice arystotelesowskiej, która wręcz nie dopuszczała nazw jednostkowych, a jeśli się taka trafiła, gdy rozumowanie dotyczyło np. Alcybiadesa, to pozwalano sobie na takie „naciąganie”, by traktować imię własne jako nazwę ogólną, której się przytrafiło odnosić się do jednego jedynego przedmiotu.[7]

Języki naturalne z kolei, dysponują z reguły obiema kategoriami nazw, operując nimi z taką maestrią, że gdy nie starcza imion własnych, to nazwa z przeznaczenia ogólna wchodzi w funkcję jednostkowej, np. przez poprzedzenie jej zaimkiem; oto, na przykład, zwrot ‘ta wrona’ w kontekście gestu wskazującego staje się nazwą jednej tylko wrony.

Wobec wszechobecności nazw ogólnych w językach naturalnych, najdogodniej jest potraktować je jako jeszcze jedną, oprócz zdań i nazw jednostkowych, kategorię podstawową. Niech jej indeksem będzie litera *u* od łacińskiego przymiotnika *universalis*, co znaczy ogólny.

Mamy teraz dostateczne środki, by w prosty sposób analizować zdania w rodzaju: *Ludvig von Mises by wybitnym uczonym.* Imię własne ‘Ludvig von Mises’ ma kategorię *n*, ‘wybitny uczony’ kategorię *u*, a spaja te nazwy w jedno zdanie funktor ‘był’ z kategorii *s/nu*.[8] Ponieważ taki zwrot jak ‘wybitny uczony’ jest nazwą złożoną, musi w niej być

7 Brało się to u Platona, Arystotelesa i ich uczniów nie tyle ze względów technicznych, co z przekonania filozoficznego, że argumentacja naukowa dotyczy tego, co ogólne, czyli zmierza do wykrywania praw uniwersalnych, nie przejmując się tym, co indywidualne. W tym kontekście można zrozumieć, dlaczego historiografię zaliczano nie do nauk lecz do sztuk, przydzieliwszy jej muzę imieniem Klio.

8 Ściśle biorąc, funktorem o tej kategorii nie jest sam czasownik ‘był’, lecz tenże czasownik brany łącznie z końcówką deklinacyjną narzędnika; końcówka ta wskazuje w polskim na funkcjonowanie rzeczownika w roli wyrażenia, które jest o czymś orzekane.

obecny, jak w każdym złożeniu, funktor, który ją tworzy. Jeśli ten składnik tej nazwy złożonej, którym jest ‘uczony’ zaliczymy do kategorii *u*, to rola funktora pozostaje przymiotnikowi ‘wybitny’, a ponieważ tworzy on nazwę ogólną z nazwy ogólnej (będącej jego argumentem), przysługuje mu kategoria *u/u*.

Analiza jeszcze bardziej złożonego zwrotu, jak ‘bardzo wybitny uczony’, wyróżni w zwrocie ‘bardzo wybitny’ argument ‘wybitny’ i funktor ‘bardzo’. Funktor ten tworzy wyrażenie z kategorii *u/u* od argumentu tejże kategorii, a więc ma on kategorię (*u/u*)// (*u/u*). Nawiasy pokazują, która ze skośnych kresek jest główną. W konwencji ułamków piętrowych pisałoby się

$$\frac{\frac{u}{u}}{\frac{u}{u}}$$

(gdzie szersza kreska ułamkowa odpowiada kresce stawianej między nawiasami w konwencji bezpiętrowej), ale będziemy korzystać raczej z metody nawiasowej jako oszczędniejszej typograficznie.

Aby zilustrować, jak gramatyka funktorowa może pomóc w ujawnianiu struktur logicznych języka naturalnego, porównajmy dokonany wyżej rozbiór zwrotu ‘wielki uczony’ z tym, co potrafi ta gramatyka powiedzieć o strukturze frazy w rodzaju ‘polski uczony’. Gdy orzekamy o kimś tę drugą, da się stąd wywnioskować, że ten ktoś jest uczonym i jest Polakiem. Ale gdy powiadamy o von Misesie, że jest wielkim uczonym, to wynika stąd tylko tyle, że jest on uczonym. Nie miałby natomiast sensu wniosek ‘von Mises był wielki’, skoro w rozważanym kontekście słowo ‘wielki’ nie ma sensu absolutnego a jedynie względny, mianowicie, że von Mises był wielki pod względem uczoności, czyli wielki *jako* uczony.

Gdy tradycyjna gramatyka nie wykrywa różnicy składniowej między zwrotami ‘polski uczony’ i ‘wielki uczony', to gramatyka funktorowa chwyta intencję autora tekstu i potrafi zdać z niej sprawę przez ujawnienie następującej odmienności składniowej. W zwrocie 'polski uczony' zawarte są dwie niezależne od siebie informacje połączone domyślnie słówkiem 'i'. Reguły bowiem polszczyzny pozwalają czasem na opuszczenie tego spójnika; gdy np. Krzysztof Baczyński powiada o sobie 'żołnierz poeta', to znaczy to tyle, co 'żołnierz i poeta'. Ten domyślny spójnik 'i' ma kategorię *n/nn* jako tworzący nową nazwę z dwóch nazw, podczas gdy funktor 'wielki' tworzący nazwę 'wielki uczony' ma kategorię *n/n*. Ta różnica w kategorii dwóch funktorów tworzących zwroty o pozornie identycznej strukturze oddaje owe głębiej ukryte struktury, których nie chwyta tradycyjne podejście gramatyczne; potrafi je jednak wykryć gramatyka funktorowa, choć pierwotnie była pomyślana jako narzędzie raczej dla języka matematyki i logiki niż dla języka naturalnego.

3.3. Poprawność składniowa a szyk prefiksowy. Do najważniejszych zadań gramatyki należy podanie kryteriów wyrażania się w sposób gramatyczny czyli poprawny składniowo. Tradycyjna gramatyka w rodzaju tej, jaką wynosimy ze szkół, podaje kolosalną liczbę takich kryteriów, a ich znajomość i przestrzeganie jest jednym ze znamion ogólnej kultury. Na przykład, trzeba wiedzieć, że w polskim, przy określonych formach koniugacji, powinna zachodzić zgodność rodzaju i liczby rzeczownika stanowiącego podmiot z rodzajem i liczbą czasownika stanowiącego orzeczenie (i tak, dziewczę pobladło, dziewczyna pobladła, dziewczęta pobladły, a chłopcy pobledli).

Gdy mamy język tak prosty jak język logiki czy matematyki, a do tego gramatykę tak prostą jak funktorowa, jesteśmy w stanie podać jedno jedyne kryterium poprawności składniowej dla dowolnych ciągów wyrażeń. W przedstawieniu tego kryterium pomocny będzie sposób transformacji wyrażeń na wzór notacji prefiksowej (o której była już wyżej wzmianka).[9]

Niechaj termin **szyk prefiksowy** oznacza szyk tego rodzaju, że w każdym składniku wyrażenia złożonego stawia się najpierw funktor, a potem jego argumenty, którym się przyporządkowuje określoną kolejność. Szyk ten ma bardzo interesującą własność, mianowicie zapewnia on zdaniu jednoznaczną strukturę bez potrzeby uciekania się do nawiasów czy innych znaków interpunkcyjnych. Z tą własnością wiąże się możliwość posłużenia się szykiem prefiksowym dla badania poprawności gramatycznej.[10]

Oto transpozycja pewnych wyrażeń arytmetycznych z szyku infiksowego, tj. funktor między argumentami na szyk prefiksowy, tj. funktor przed argumentami; w pierwszym wierszu każdej z numerowanych par mamy szyk infiksowy, w drugim prefiksowy.

1: $9 = a \cdot (x + y)$
$= 9 \cdot a + xy$

2: *x* leży między *y* i *z*
leży między *x y z*

3: Magda robi pranie i prasowanie
robi Magda i pranie prasowanie

4: Magda robi pranie gdy Wojtek rąbie drwa
gdy robi Magda pranie rąbie Wojtek drwa.

Zastąpmy teraz wyrażenia 1 i 4 (ciekawsze od innych, bo bardziej złożone) w szyku prefiksowym ich wskaźnikami kategorialnymi i ustawmy te wskaźniki w takim samym

[9] Termin ‘prefiks’, pochodzenia łacińskiego, oznacza coś, co jest umieszczone, umocowane („zafiksowane”) z przodu (łac. *prae*, czytaj *pre*).

[10] Własność tę opisał teoretycznie Kazimierz Ajdukiewicz [1935], a do konstrukcji języka logiki zastosował inny polski logik Jan Łukasiewicz; stąd odpowiednia notacja nosi w polskich pracach nazwę ‘notacja Łukasiewicza’, a w tekstach zagranicznych *Polish notation*.

szyku. Otrzymamy, co następuje (litera k przed numerem oznacza przejście na zapis kategorialny):

k1: *s/nn n n/nn n n/nn n n*

k4: *s/ss s/nn n n s/nn n n*

Jak widać, na końcu ciągu k1 pojawia się coś podobnego do mnożenia ułamka przez następujące po nim wyrażenia identyczne z jego mianownikiem, to jest jakby mnożenie *n/nn* przez *nn*, co skraca ułamek do postaci *n*. Zastępujemy te trzy miejsca ciągu k1 przez to, do czego zostały one zredukowane, tj. pojedynczy wskaźnik *n*. Po tym przekształceniu ciąg k1 redukuje się do ciągu:

$k1_1$: *s/nn n n/nn n n*

Znowu bezpośrednio po jednym z ułamków (ostatnim) następuje para wskaźników identyczna z jego mianownikiem, co pozwala na ponowne zredukowanie ciągu, tym razem do trzech wskaźników (*s/nn n n*), wreszcie do pojedynczego wskaźnika *s*. Dowodzi to, że struktura syntaktyczna wyrażenia 1 jest prawidłowa, ponieważ każdemu funktorowi odpowiada stosowna do jego kategorii liczba i rodzaj argumentów, co się przejawia w owym sąsiedztwie spowodowanym przez szyk prefiksowy.

Zastosujmy jeszcze tę metodę do ciągu k4. Trzy ostatnie jego wyrazy redukują się do *s*, i tak powstaje skrócony ciąg:

$k4_1$: *s/ss s/nn n n s*

Z pozostałych czterech wyrazów ciągu, tym razem dwa środkowe spełniają warunek sąsiadowania ułamka z parą wskaźników identycznych z jego mianownikiem, co daje kolejne skrócenie ciągu, do postaci:

$k4_2$: *s/ss s s*

Pozostaje ostatnia redukcja, możliwa dzięki temu, że zaraz po ułamku mającym w mianowniku dwa wskaźniki kategorii zdaniowej następują takież dwa; znaczy to, że podobnie jak w poprzednich redukcjach, danemu funktorowi odpowiada w strukturze badanego zdania tyle i takie (co do kategorii) argumenty, jak wymaga kategoria tego funktora. A to znaczy, inaczej mówiąc, że k1 jest ciągiem wyrażeń stanowiących poprawne składniowo zdanie.

Jeżeli pojawi się jakiś ciąg wyrażeń z defektem składniowym, np. w polskim zdaniu

5: kiedy śpi rozum budzą się upiory

popełni ktoś błąd maszynowy, pisząc ‘biedy’ zamiast ‘kiedy’, to nasz test wykryje niechybnie brak składniowej poprawności. Mamy zatem przetestować taką sekwencję słów:

6: biedy śpi rozum budzą się upiory

Przyjmijmy, że pierwsze słowo jest mianownikiem liczby mnogiej rzeczownika ‘bieda’, a więc jest z kategorii *n*. Oto kategorie pozostałych słów: ‘śpi’ – *s/n*, ‘rozum’ – *n*, ‘budzą się’ – *s/n*, ‘upiory’ – *n*. Tak się składa w tym przykładzie, że jego pierwowzór (zdanie 5) znajduje się, bez potrzeby jakichkolwiek przemieszczeń, w szyku prefiksowym, który pozostaje naśladować w 6 (gdy nie znajdujemy dlań własnego uporządkowania). Oto odpowiadające mu ciągi wskaźników kategorii:

k6: *n s/n n s/n n*

$k6_1$: *n s s*

Dalej niczego już nie można redukować, żeby dojść, jak poprzednio, do pojedynczego wskaźnika *s*. To dowodzi, że badana sekwencja nie stanowi spójnego syntaktycznie, czyli składniowo poprawnego, zestawienia wyrażeń o strukturze zdania.

Teoria gramatyczna, której ważnym osiągnięciem jest powyższa metoda badania poprawności składniowej, została tu przedstawiona nie tylko jako temat ważny sam w sobie, lecz także jako wprowadzenie do języka rachunku zdań; to jest tej teorii logicznej, która stanowi przedmiot następnego rozdziału. Konstrukcja formuł rachunku zdań dokonuje się dokładnie według przepisów gramatyki funktorowej. Dzięki temu powinniśmy poczuć się w tym rachunku bardziej swojsko niż byłoby to możliwe bez obecnych dociekań gramatycznych.