F3) $(\forall_x Px \Rightarrow q) \Rightarrow (\exists_x Px \Rightarrow q)$

Założenia

1. $\forall_x Px \Rightarrow q$
2. $\sim(\exists_x Px \Rightarrow q)$

Konsekwencje

3. $\exists_x Px$		2
4. $\sim q$		2
5. Pa		3
6, $\sim\forall_x Px$	q $[por.4]$	1
7. $\sim Pb$		6

kontrprzykład!

KOMENTARZ Rozważmy zdanie: *Jeśli wszyscy uprawiają sport, to w danym społeczeństwie jest wysoka wydajność pracy.* Weźmy też pod uwagę społeczeństwo, w którym bardzo nieliczni uprawiają sport, co zapewniałoby prawdziwość poprzednikowi egzystencjalnemu (wiersz 3); niech do tych nielicznych należy niejaki a (wiersz 5); w tym drugim społeczeństwie – zakładamy – nie obserwuje się wysokiej wydajności (wiersz 4). Wtedy poprzednik formuły F3 jest prawdziwy, a następnik fałszywy, co świadczy, że F3 nie ma uniwersalności wymaganej od praw logiki. Nie ma tu znaczenia, czy istotnie zaistniały takie dwa społeczeństwa, o jakich tu mowa. Wystarczy, że wedle naszej wiedzy są one w sferze możliwości czyli że taki opis społeczeństw jest niesprzeczny. Prawo logiki bowiem musi zachodzić w *każdym możliwym* stanie świata; jeśli więc jakaś formuła nie stosuje się do jakiegoś możliwego stanu rzeczy, to nie jest prawem logiki.

Pionowa kreska rozdzielająca na dwie części wiersz 6 oznacza rozgałęzienie dowodu na lewy i prawy wariant. Powstaje ono w wyniku następującego przekształcenia wiersza 1. W 1 mamy implikację, a ta jest równoważna alternatywie, mianowicie:

$$p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q).$$

A skoro mamy alternatywę (zob. też Komentarz do F4), to prowadząc dalej wysnuwanie konsekwencji z naszych założeń, trzeba ten wywód poprowadzić osobno dla każdego z członów alternatywy; tak powstaje prawa i lewa gałąź dowodu. Na prawej otrzymujemy sprzeczność, a więc wywód tu się kończy. Natomiast na lewej nie udaje się uzyskanie sprzeczności, bo trzeba by w tym celu wyprowadzić zdanie „$\sim Pa$”. Nie wolno jednak w „$\sim\forall_x Px$” wziąć za „x” imienia „a”, gdyż zabrania tego zastrzeżenie w regule $\sim\forall$ (zob. rozdz. V, odc. 5.2). A zabrania dlatego – przypomnijmy – że gdy mamy dwie formuły (tutaj 3 i 6) określające różne warunki, to użycie w obu przypadkach tego samego imienia przesądzałoby, że dany obiekt spełnia oba warunki, czego twierdzić nie mamy podstawy; gdy natomiast użyje się różnych imion, nie przesądza to o różności obiektów, bo ten sam obiekt może mieć dwa różnobrzmiące imiona (np. Karol Wojtyła i Jan Paweł II). Skoro nie udało się wykazać (mimo wyczerpania wszystkich sposobów), że negacja badanej formuły prowadzi do sprzeczności, to znaczy, że nie jest ona prawem logiki (gdyż prawo logiki jest tym, czego zanegowanie pociąga sprzeczność).