

$$\mathbf{F4)} \forall_x(Px \Rightarrow Qx) \Rightarrow \sim \exists_x(Px \wedge \sim Qx)$$

Założenia

1.  $\forall_x(Px \Rightarrow Qx)$
2.  $\sim(\sim \exists_x(Px \wedge \sim Qx))$

Konsekwencje

- |   |       |
|---|-------|
| 3. $\exists_x(Px \wedge \sim Qx)$       | 2     |
| 4. $Pa \wedge \sim Qa$                  | 3     |
| 5. $Pa$                                 | 4     |
| 6. $\sim Qa$                            | 4     |
| 7. $Pa \Rightarrow Qa$                  | 1     |
| 8. $\sim Pa$ [por.5]       $Qa$ [por.6] | 7     |
| =====                                   | ===== |

KOMENTARZ. W komentarzu do F3 zostało wyjaśnione, dlaczego wystąpienie implikacji prowadzi do rozgałęzienia dowodu. Mianowicie, rozgałęzienia wymaga alternatywa, zaś implikacja jest równoważna pewnej alternatywie. Ta równoważność da się wykazać w sposób formalny czyli rachunkowy przez stwierdzenie, że formuły „ $p \Rightarrow q$ ” oraz „ $\sim p \vee q$ ” przy tych samych podstawieniach przybierają te same wartości czyli są równoważne.

Nie tylko taki dowód formalny, ale i refleksja nad językiem polskim prowadzi do zauważenia tej równoważności. Reguły języka pozwalają używać zamiennie zdania warunkowego oraz alternatywy, w której jeden z członów zdania warunkowego zostaje zanegowany. Ten człon zanegowany można także oddać spójnikiem *chyba że*. Oto kilka przykładów.

(a) „Socjalizm albo śmierć” — to aktualne hasło na Kubie. Znaczy ono: *Jeśli nie utrzymamy socjalizmu, Kuba upadnie*. Od tej rozwiniętej formy przejdźmy znów do alternatywy: *Albo utrzymamy socjalizm* [negacja zwrotu „nie utrzymamy”] *albo Kuba upadnie*. Zwrot zaś „jeśli nie utrzymamy socjalizmu” można zastąpić przez „chyba że utrzymamy socjalizm”.

- (b) Jeśli masz alibi, jesteś poza podejrzeniem.  
 Jesteś poza podejrzeniem, chyba że nie masz alibi.  
 Jesteś poza podejrzeniem lub nie masz alibi.  
 Nie masz alibi lub jesteś poza podejrzeniem.

Dwa ostatnie zdania są równoważne dzięki przemienności alternatywy;  $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$ .

(c) Jeśli każdy problem jest rozstrzygalny rachunkowo, to inteligencja komputera dorówna ludzkiej.

Inteligencja komputera dorówna ludzkiej, chyba że nie każdy problem jest rozstrzygalny rachunkowo.

Inteligencja komputera dorówna ludzkiej lub nie każdy problem jest rozstrzygalny rachunkowo.