Jest to nowo napisany rozdział *Sztuki rozumowania*, który nastąpi po rozdziale VI (o definicjach – odłożony do wykładów z metodologii w roku 2000/2001). Stąd numeracja stron jest prowizoryczna.

VII. Logika współczesna pod kątem zastosowań w naukach społecznych

Tło historyczne. Od czasu narodzin w dziele Arystotelesa *Analityki* (ok. 350 przed Chr.) logika przeżyła dwie rewolucje. Pierwszą, gdy powstała jej postać współczesna powiązana z matematyką, co dokonało się w dziele G. Fregego *Begriffschrift*, 1879, a potem w pracach B. Rusella i G. Peano. Drugi przełom nastąpił w okresie 1931-36. Z odkryć tych lat wyłoniło się nowe spojrzenie na samą logikę, podstawy nauk i naturę ludzkiego umysłu. Te same przełomowe odkrycia weszły do podstaw informatyki — jako wkład logiki w definicję komputera, algorytmu i programu (tj. algorytmu przetłumaczonego na język komputera); jest to porównywalne z wkładem fizyki w konstrukcję procesorów.

Z tych odkryć wzięła się świadomość zarówno mocy jak i ograniczeń metody algorytmicznej. Wiara w jej nieograniczone możliwości cechowała okres wcześniejszy, a skończyła się w wyniku uzyskania ścisłej definicji algorytmu (1936). W wersji najszerzej znanej i najbliższej informatyce, definicja ta ujmuje algorytm jako maszynę do rozwiązywania problemów polegającego na obliczaniu funkcji. Nazywa się ją **maszyną Turinga** od autora tej koncepcji Alana Turinga (tego samego, który w kontrwywiadzie brytyjskim w czasie drugiej wojny światowej kierował pracami nad deszyfrowaniem depesz Enigmy). Maszyna Turinga jest abstrakcyjnie ujętym projektem komputera cyfrowego.

Przydawka „cyfrowy” służy do odróżnienia od komputera anologowego. Zwykle, gdy używa się słowa „komputer” bez przydawki, ma się na myśli maszynę cyfrową, to znaczy taką, że przetwarzanie informacji dokonuje się przez operacje na symbolach, a nie na stanach fizycznych (to drugie zachodzi w maszynie analogowej). A że są to wyłącznie symbole będące cyframi, mianowicie „0” i „1”, przyjęło się określenie „cyfrowy”. W obecnym tekście terminy „maszyna Turinga”, „maszyna cyfrowa” i „komputer” używane są zamiennie.

Turing udowodnił, że istnieją liczby nieobliczalne czyli takie, których nie da się obliczyć żadnym algorytmem. Wraz z tym powstały kwestie, które do dziś pozostają otwarte. Odpowiedzi różnią się co do tego, czy umysł ludzki ma pod względem mocy rozumowania jakąś przewagę nad maszyną Turinga. Ci, co się opowiadają za pewnego rodzaju przewagą powołują się na słynny wynik Kurta Gödla z roku 1931 (więcej na ten temat – w rozdziale ósmym). Zawiera się w nim metoda budowania zdań, które umysł nasz z pełną jasnością i bez cienia wątpliwości uznaje za prawdziwe, a których nie da się udowodnić w sposób algorytmiczny. Drugi kierunek, przyjmowany przez skrajnych entuzjastów SI (sztucznej inteligencji) kwestionuje ów wniosek, czyniąc to na podstawie założenia, że ludzkie odczucia jasności i pewności mogą być zawodne, a niezawodność przysługuje wyłącznie procedurom algorytmicznym, czyli wykonalnym dla maszyny Turinga.

Ten spór o SI ma znaczenie dla metodologii nauk społecznych. Mianowicie, jeśli rację ma obóz, który redukuje umysł ludzki do maszyny Turinga, to także interakcje między umysłami, konstytuujące grupę społeczną, dadzą się bez reszty modelować za pomocą jakiejś dostatecznie złożonej maszyny cyfrowej. Wtedy, prędzej czy później, socjologia osiągnie status metodologiczny fizyki. Skończy się wówczas zapotrzebowanie na pojęcie rozumienia i na socjologię rozumiejącą (co jest jedną z klasycznych ofert metodologicznych); rozumienie zredukuje się ostatecznie do jakiejś odpowiednio złożonej procedury algorytmicznej.

Pogląd, że nauki społeczne czy humanistyczne posługują się tymi samymi metodami, co nauki przyrodnicze, nazya się **naturalizmem**, a narodził się on w wieku 19tym pod wrażeniem sukcesów przyrodoznawstwa. Wersja naturalizmu z końca wieku 20-go, związana z radykalnym skrzydłem SI (ang. *strong AI*), operuje pojęciem algorytmu jako metody wspólnej naukom społecznym i przyrodniczym.

Wśród algorytmów dla nauk społecznych mamy metody obliczeniowe z takich działów matematyki, jak statystyka czy teoria gier i decyzji oraz algorytmy logiczne służące do oceny poprawności rozumowań. Tym drugim, które poprzedzić musi zabieg zwany **formalizacją**, będzie poświęcona dalszy ciąg obecnego rozdziału. Zapoznanie się z nimi pomoże zająć stanowisko we współczesnym sporze o naturalizm w naukach społecznych, to jest – powtórzmy – w sporze, czy da się je zrównać z przyrodniczymi przez redukcję postępowania badawczego do procedur algorytmicznych .

1. Co daje formalizacja, ile jej mieć można, ile trzeba?

1.1. Problem obliczalności w odniesieniu do nauk społecznych. Odpowiedź na pytanie, co daje formalizacja wymaga wniknięcia we wspomiane odkrycia dotyczące metod algorytmicznych. W ich śledzeniu można wybierać różne ścieżki pojęciowe. Wybieramy tu ścieżkę wytyczoną przez pojęcie obliczalności pochodzące od Turinga, doprowadza ona bowiem do trzech naraz zamierzonych punktów dojścia.

Jednym z nich jest odpowiedź na kwestie tytułowe tego odcinka, a pozostałe odwiedzimy niejako po drodze dzięki odpowiedniemu „rozplanowaniu trasy”. Drugim z punktów dojścia jest dostrzeżenie związków metodologii nauk społecznych z informatyką (co przyda się każdemu, kto ma żyć w globalnym społeczeństwie informacyjnym), a trzecim jest wyjaśnienie stosunku między metodami nauk przyrodniczych i nauk społecznych, a więc zapowiedziane zajęcie postawy w sporze o naturalizm. Dyscypliny przyrodnicze są z natury podatne na matematyzację i formalizację, społeczne zaś wobec tych zabiegów raczej oporne. Czy można i trzeba przełamywać ten opór? Jak daleko można się w tym posuwać? Na ile jest to konieczne?

Odpowiedzi na te pytania pozwolą ustosunkować się do poglądu, mającego do dziś zwolenników, że socjologia sprowadza się ostatecznie do fizyki. Wyobrażano to sobie tak, że socjologia redukuje się do psychologii, psychologia do biologii, biologia do chemii, zaś chemia do fizyki. Ten kuszący intelektualnie schemat pochodzi, co do istoty, od Augusta Comte’a — twórcy poglądu zwanego **pozytywizmem**, w którym zaprojektował on nową (na owe czasy) naukę — socjologię. Miała się ona znajdować na szczycie piramidy nauk, u której podstawy byłaby fizyka matematyczna.

Główne dzieło Comte'a *Cours de philosophie positive* powstawało latami od roku 1830. W sto lat później myśli te odżyły pod mianem **neopozytywizmu** w kręgu zwanym **Kołem Wiedeńskim**. Czołowy w tym kręgu logik Rudolf Carnap ujął projekt Comte'a pod nazwą **fizykalizmu**, nawiązując do postulatu redukowalności socjologii do fizyki (taki fizykalizm jest radykalną postacią naturalizmu). A że było to przed odkryciem przez Turinga liczb nieobliczalnych, można było mniemać, że socjologia, gdy się ją sprowadzi do fizyki, tak jak fizyka ma do czynienia jedynie z zależnościami o charakterze funkcji obliczalnych, czyli że każdy problem da się w niej rozwiązać przez zastosowanie odpowiedniego algorytmu.

Streszczając dla celów obecnego problemu wynik Turinga, można go ująć (w skrajnym uproszczeniu) następująco. Turing stworzył metodę, wielce pomysłową, kodowania algorytmów prowadzącą do ich ponumerowania za pomocą liczb naturalnych (tj. całkowitych dodatnich), z czego widać, że algorytmów mogących służyć do obliczania funkcji jest nie więcej niż liczb naturalnych. Jednocześnie pokazał on metodą, którą przejął od Georga Cantora (tzw. dowód przekątniowy), że istnieją liczby rzeczywiste nie dające się obliczyć żadnym z algorytmów z tej listy. Istnieją zatem liczby rzeczywiste nie dające się obliczyć jakimkolwiek algorytmem, jako że lista sporządzona przez Turinga jest, dzięki owej metodzie kodowania, kompletna. Nazwano je **liczbami nieobliczalnymi**.

Słowo „istnieją" oznacza tu istnienie w sensie matematycznym. Czy liczby nieobliczalne istnieją także w tym sensie, że w świecie fizycznym zachodzą zależności między zjawiskami mające charakter funkcji nieobliczalnych (tj. funkcji, których wartościami są liczby nieobliczalne? To jest wielkie pytanie, które pozostaje, jak dotąd otwarte.

Drugie pytanie, równej rangi, dotyczy ludzkiego umysłu. Maszyna Turinga, przypomnijmy, to abstrakcyjny projekt komputera cyfrowego, a więc maszyny operującej na symbolach. Najpraktyczniej jest mieć alfabet symboli ograniczony do zera i jedynki. Ten system binarny, pozwalając podobnie jak inne systemy cyfrowe zapisać dowolną liczbę, stanowi zarazem jedyny w swym rodzaju most do świata fizyki przez fakt, że te dwa symbole mogą być oddane fizycznie jako impuls elektryczny (jedynka) i jego brak (zero). Dodajmy do tego fakt, że każdy tekst, podobnie jak każdy obraz czy dźwięk, da się zakodować liczbowo; można więc w tym języku maszyny cyfrowej oddać każdy zapis służący komunikacji.

Tak dochodzimy do możliwości porównywania maszyn i ludzi pod względem zdolności rozwiązywania problemów. Zapisawszy ten sam problem w języku komputera i w języku używanym przez człowieka, możemy obserwować jak sobie z nim radzi jeden i drugi. Pierwsze z odkryć w serii z lat 1931-36, należące do Kurta Gödla, polegało na wskazaniu problemu arytmetycznego, który potrafi rozwiązać umysł ludzki, o ile wyjdzie poza system sformalizowany. a więc ten właściwy komputerowi.

Niewątpliwym wynikiem osiągniętym za sprawą Gödla i Turinga jest to, że istnieją problemy matematyczne nierozwiązywalne dla maszyny cyfrowej. Ale gdy jestem przekonany, że rozwiązałem – np. sposobem wskazanym przez Gödla – jakiś problem dla komputera nierozwiązalny, to skąd mam brać pewność, że się w tym przekonaniu nie mylę? Innymi słowy, czy mam przesłanki by sądzić, że jestem w pewnych sprawach lepszy od maszyny? Tak stajemy przed wyborem jednej z dwu opcji: czy (1) istnieje podstawa, żeby ufać intuicyjnej oczywistości, czy też (2) zrodzone z niej sądy wolno uznawać dopiero wtedy, gdy zostaną potwierdzone przez jakiś algorytm? Następny odcinek poświecony jest dyskusji tego dylematu.

1.2. Intuicja, symbolizacja i algorytmizacja w procesie rozumowania. W odcinku 2 zajmiemy się przypadkami symbolizacji i algorytmizacji rozumowań tak dobranymi, żeby dokumentowały przydatność tej procedury dla nauk społecznych. Jako wprowadzenie posłuży w obecnym odcinku pewna analogia, mianowicie przykłady intuicji, symbolizacji i algorytmizacji wzięte z praktyki każdemu dobrze znanej, jaką jest liczenie. Na szkolnym przykładzie „rachowania w słupkach" da się dobrze odróżnić metody liczenia polegające na operowaniu przedstawieniami rzeczywistości od metod polegających wyłącznie na manipulowaniu symbolami tejże rzeczywistości. Pierwsze nazywamy **intuicyjnymi**, ponieważ wchodzi w grę jakieś spostrzeganie (łac. *intuitio*) świata, drugie nazywamy **symbolicznymi**.

Symbolizacja toruje drogę algorytmizacji, to jest, stosowaniu metod mechanicznego dochodzenia do odpowiedzi na określony rodzaj pytań. Może to być pytanie takie jak to, ile jest 245 razy 100 (odpowiedź daje algorytm arytmetyczny), takie jak to, czy formuła $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$ jest prawem logiki (odpowiedź daje algorytm logiczny) i tak dalej.

Metody intuicyjne w liczeniu mają dla większości ludzi (gdy pominąć przypadki jakichś fenomenalnych zdolności rachowania) zasięg niewielki, ograniczony np. do liczb dających się wyrazić jednocyfrowo. I tak rozpoznajemy, że dwa plus trzy to jest pięć wyobrażając sobie dwa przedmioty, po nich trzy, co objęte jednym spojrzeniem daje pięć. Jeśli nie starczy samo wyobrażenie, można zaaranżować ogląd „na żywo", korzystając choćby z własnych palców; liczenie na palcach to klasyczny przypadek oglądu czyli intuicji liczb, kiedy nie ma potrzeby wypisywania na kartce cyfr, czyli symboli będących nazwami liczb.

Pomimo małego zasięgu takiej intuicji jest ona niezbędną podstawą do korzystania z algorytmów. Gdy dodaję mechanicznie, wypisawszy na kartce ciągi symboli, powiedzmy „2152" i „92343", to pisząc w pierwszej od tyłu kolumnie w wierszu pod kreską cyfrę „5", korzystam z rozważanej przed chwilą intuicji liczb. Podobnie w następnych kolumnach ów algorytm wspiera się co krok na intuicji. Może ktoś zapytac, dlaczego w takich operacjach potrafi nas wyręczyć kalkulator, choć nie ma on zdolności widzenia obiektów arytmetycznych. Dlatego, że człowiek wpisał mu do pamięci wyrażone w symbolach wyniki własnych intuicji.

Mówiąc o symbolizacji, rozumiemy ten proces najszerzej, rozumiejąc pod tym terminem nie tylko znaki graficzne powstałe w wyniku świadomie przyjętej konwencji, lecz także słowa codziennej mowy formowane jako dźwięki lub napisy; to drugie nazywa się werbalizacją (łac. *verbum* – słowo). Jest więc werbalizacja odmianą symbolizacji.

Póki człowiek nie ponazywał liczb za pomocą cyfr, miał ich jakąś niejasną intuicję bez symbolizacji. Niejasną, lecz konieczną, żeby symbolizacja mogła powstać. Gdy już powstała, uczyniła intuicje arytmetyczne na tyle jasnymi, wyraźnymi i silnymi, że mogły powstać algorytmy operacji arytmetycznych. A gdy już powstały, na tyle odciążyły energie umysłowe, że ludzie mogli je skierować na zyskiwanie nowych intuicji matematycznych, czasem tak żywotnie ważnych, że zasługują na miano odkryć. Nie mają jednak intuicje gwarancji nieomylności, toteż trzeba je wzmacniać i kontrolowac, do czego służą znowu algorytmy. One same zaś są też owocem twórczej intuicji, ale gdy już powstały, funkcjonują samodzielnie, dostarczając nowym intuicjom zarówno wsparcia jak i kontroli. Ta lekcja zaczerpnięta z rozwoju matematyki pomaga zrozumieć, jak we wszelkich rozumowaniach, nie tylko w obliczeniach arytmetycznych, zachodzi wzajemne dopełnianie się i współdziałanie intuicji, symbolizacji i algorytmizacji.

Gdy precyzyjna symbolizacja jest połączona ze składnią, która pozwala określić, wedle pewnego algorytmu gramatycznego, co jest poprawnie zbudowanym wyrażeniem, mamy do czynienia z **formalizacją języka**. Jest ona koniecznym krokiem wstępnym do algorytmizacji metod rozwiązywania problemów dających się zapisać w danym języku. Z praktyką formalizacji mamy do czynienia także w języku arytmetyki; jej przykładem jest budowanie wielocyfrowych ciągów symboli według reguł notacji arytmetycznej, jak dziesiętna, dwójkowa etc. Teoria zaś formalizacji należy do problematyki logicznej.

Logika dostarcza środków **formalizacji wnioskowań**. Jest to zabieg polegający na przełożeniu tekstu wnioskowania z języka naturalnego lub języka jakiejś nauki, np. matematyki, na język logiki predykatów (którego częścią jest język rachunku zdań). Po takim przekładzie wnioskowanie staje się podatne na ocenę poprawności. To znaczy na sprawdzenie, czy to co autor danego rozumowania uważa za wniosek istotnie jest wnioskiem, a więc czy wynika logicznie z przesłanek. A **wynika logicznie** z przesłanek – przypomnijmy – wtedy i tylko wtedy, gdy *koniunkcja przesłanek stanowi poprzednik zaś wniosek stanowi następnik formuły implikacyjnej będącej prawem logiki.*

Pozostaje więc zbadać, czy dana formuła jest prawem logiki. Jeśli tak, to wnioskowanie przez nią reprezentowane (w sposób wyżej opisany) jest poprawnym rozumowaniem dedukcyjnym (inne typy rozumowania, jak np. statystyczne, których poprawność definiuje się odmiennie, wykraczają poza przedmiot badań logiki predykatów). A jeśli nie jest dana formuła prawem logiki, to taka próba wnioskowania obciążona jest błędem braku wynikania, zwanym z łacińska *non sequitur* (nie wynika).

Bywają rozumowania na wskroś intuicyjne, nie zawierające ani śladu symbolizacji. Takich wnioskowań dokonują zwierzęta, nie umiejące jeszcze mówić dzieci, a także osoby zdolne do werbalizacji lecz rozumujące w sytuacjach, gdy nie jest ona potrzebna; bywa nawet szkodliwa, jeśliby opóźniała dojście do wniosku który powinien być błyskawiczny, np. przy prowadzeniu pojazdu.

Werbalizacja jest konieczna w conajmniej dwóch rodzajach sytuacji: wtedy, gdy mamy zakomunikować wnioskowanie komuś innemu oraz gdy nie do końca ufając intuicji chcemy skontrolować poprawność logiczną. Werbalizacja, choćby tylko cząstkowa umożliwia pierwszy stopień kontroli. Drugi jest możliwy dzięki symbolizacji, a więc formalizacji w języku symbolicznym; trzeci zaś, definitywny, ma miejsce wtedy, gdy zastosuje się algorytm do badania wynikania logicznego.

O tym najwyższym stopniu testowania poprawności wnioskowań będzie mowa w następnym odcinku. Trzeci zaś i ostatni odcinek pokaże przykładowo zastosowania logiki w ujawnianiu błędów logicznych.

2. Testowanie wnioskowania metodą kontrprzykładu

2.1. Uwagi historyczne i dydaktyczne. Mając na uwadze maksymę, że powtarzanie jest matką wiedzy, wracamy w tym rozdziale do tego, co w obecnym kursie logiki jest tematem najważniejszym, by to przerobić na wyższym poziomie i z punktu widzenia zastosowań. Tematem o szczególnej doniosłości jest system logiczny nakreślony w piątym odcinku rozdziału V oraz jego zastosowania do kontrolowania poprawności wnioskowań; kluczową rolę pełni w nim pojęcie kontrprzykładu (zob. niżej 2.2.2).

System ten jest w rozdziale V oznaczony symbolem GS, od nazwisk Gerharda Gentzena, który zapoczątkowal ten typ systemów założeniowych w roku 1934 (w tymże roku S. Jaśkowski przedstawił inną odmianę takich systemów) oraz Raymonda M. Smullyana, który w roku 1968 nadał mu postać najbardziej efektywną praktycznie i szeroko dziś rozpowszechnioną. Systemy między tymi pośrednie pojawiły się w okolicach roku 1955; najbardziej z nich znany, któremu bliskie jest ujęcie Smullyana, pochodzi od Everta W. Betha. Beth wprowadził termin „kontrprzykład” (ang. *counterexample*) dla określenia opracowanej przez siebie procedury. Posługujemy się nim tutaj jako trafną wskazówką dotyczącą istoty naszej metody. Smullyan wprowadził termin „tabele analityczne”, nawiązujący do innego określenia Betha – „tabele semantyczne”. Przymiotnik „analityczne” wskazuje na ten rys metody, który polega na prowadzeniu wnioskowania w sposób wyznaczony przez rozbiór czyli analizę formuł wyjściowych (założeń)

— aż do otrzymania ostatecznych składników, którymi są zdania atomowe lub ich negacje (forma tabeli jest w tym ujęciu mało dostrzegalna, ale rozpoznawalna dla znawców tabel Betha).

Wybór tego systemu jako standardowego w naszym kursie logiki, podczas gdy inne są w rozdziale V ledwie naszkicowane (z myślą o poszerzeniu horyzontów logicznych Czytelnika) tłumaczy się tymi jego cechami, za które go chwalą L. J. Bell i M. Machover, autorzy podręcznika *A Course of Mathematical Logic* (North-Holland 1977). Oto ich ocena (przekład na polski – WM).

> „Jak pokazuje nasze doświadczenie dydaktyczne, metoda Smullyana ma tę wielką zaletę, że gdy się ją trochę popraktykuje, zyskuje się szybką, sprawną i prawie algorytmiczną procedurę skutecznego wykrywania prawdziwości lub fałszywości formuł logicznych.” Zob. s. XV.

Na uwagę zasługuje określenie tej metody jako *prawie algorytmicznej* (ang. *almost computational*). Jest to rys szczególnie cenny z punktu widzenia zastosowań logiki w naukach społecznych. Jak powiedziano na początku rozdziału, cieszy się znacznym wzięciem program metodologiczny nauk społecznych określany jako naturalizm, wedle którego powinny one i są w stanie dorównać naukom przyrodniczym pod każdym względem, a więc i pod względem stopnia matematyzacji. Ta zaś, w najbardziej precyzyjnym wydaniu, pokrywa się z algorytmizacją, która w przypadku rozumowań opiera się na uprzedniej formalizacji.

Żeby się do tego programu należycie ustosunkować, trzeba mieć pojęcie algorytmu, a do tego nie wystarczy pamiętać samą jego definicję. Postępowanie algorytmiczne trzeba potrenować, żeby je naprawdę rozumieć. Dla humanisty czy przedstawiciela nauk społecznych tabele analityczne stanowią stosunkowo łatwy do treningu, a przy tym natychmiast stosowalny w praktyce, przykład algorytmu.

Wyjaśnienia wymaga słówko „prawie” przy terminie „algorytmiczne”. Nie chodzi tu o jakiś drobny defekt tabel w ich funkcji algorytmicznej, lecz o tę cechę logiki predykatów, którą jest brak rozstrzygalności. W odróżnieniu od rachunku zdań, gdzie metoda zerojedynkowa w każdym przypadku doprowadza do rozstrzygnięcia, czy dana formuła jest czy nie jest prawem logiki, w logice predykatów tak niezawodnej metody nie ma. To jest właśnie to, co udowodnili Turing oraz (niezależnie) Church w roku 1936, o czym były wzmianki w pierwszej części tego rozdaiału, a pełniej będzie omówione w rozdziale następnym.

Czasem więc tak się przydarzy, że dowód wchodzi w pętlę, która powtarza się wielokrotnie i nie ma metody, która pozwoliłaby rozpoznać, czy proces ten się zatrzyma, czy będzie procesem nieskończonym. W takim przypadku powiemy, że nie dysponujemy algorytmem do rozstrzygnięcia, czy dana formuła jest prawem logiki (przykłady takich sytuacji będą podane w następnym rozdziale). Stąd zastrzeżenie wyrażone owym „prawie”.

Działa jednak algorytm w całej rozciągłości, gdy chodzi o dostarczenie instrukcji, co w danym punkcie wnioskowania należy czynić. Każdy kolejny krok jest podyktowany przez strukturę rozważanej formuły i dotyczące tej struktury reguły wnioskowania.

W dwóch kolejnych ustępach tego odcinka zostaną przedyskutowane przypadki poszukiwania kontrzykładu na drodze rozbioru formuły. Tylko dwa, ale tak dobrane pod względem treści i struktury, żeby rozumowanie dotyczyło jakiegoś realnego problemu nauk społecznych (przez co realizuje się tytułowa zapowiedź o zastosowaniach) i żeby miało strukturę dostatecznie złożoną dla zorientowania w typowych środkach dowodowych metody tabel analitycznych.

2.2. Przypadek z rozwiązaniem pozytywnym. Rozwiązanie pozytywne polega na tym, że w wyniku przeprowadzonej analizy wnioskowania otrzymuje się odpowiedź twierdzącą na pytanie, czy dane wnioskowanie jest poprawne. A jest poprawne, przypomnijmy, wtedy i tylko wtedy, gdy wniosek wynika logicznie z przesłanek. Trzeba zatem zbadać, czy zachodzi takie wynikanie.

2.2.1. Wnioskiem będzie tu pewna hipoteza socjologiczna, na tyle w celu dydaktycznym uproszczona, że trudno ją uznać za składnik rzeczywiście uprawianej teorii, ale nie na tyle, żeby zatraciła podobieństwo do realnej problematyki socjologicznej.

Oto wnioskowanie, które będzie analizowane po poddaniu go rekonstrukcji logicznej w postaci formalizacji w języku logiki predykatów.

> *Każda grupa społeczna ma jakiegoś przywódcę. Aby być przywódcą grupy, konieczne jest mieć wizję jej celów. Każda więc grupa ma kogoś, kto ma wizję jej celów.*

Przykładem przywódcy może być kandydat na prezydenta, gdy grupą jest społeczeństwo ujęte w ramy państwa, a wizja się zawiera w programie wyborczym. Może to być papież, a także trener drużyny piłkarskiej, szef firmy, dyrektor intytutu naukowego, prowodyr w grupie rówieśników (gdy wizją celu jest np. zawładnięcie przez grupę podwórkiem) itd. Przywódca nie musi być osobą fizyczną; może to być jakaś grupa społeczna przewodząca innej grupie, czy jakaś instytucja kierownicza.

Tyle o treści tekstu. Obecnie skoncentrujemy się na jego strukturze, żeby wnioskowanie wyrażone w zwyklej polszczyźnie, z właściwą jej składnią, oddać w składni języka logicznego. Ta część zadania to **formalizacja** danego wnioskowania. Tutaj nie mamy do pomocy algorytmu, jest to postępowanie intuicyjne, a jego wynik zależy od rozumienia danego tekstu i od biegłości w języku logiki, w którym dokonuje się formalizacji.

Dla skrócenia zapisów przyjmujemy następujące litery jako skróty występujących we wnioskowaniu predykatów.

G — ... jest grupą
P — ... jest przywódcą grupy ...
W — ... ma wizję celów grupy ...

Powstaje pytanie, jakim symbolem logicznym oddać słówko „aby” w zwrocie „aby być przywódcą grupy, konieczne jest mieć wizję jej dziejów”. Ponieważ słówko to stanowi całość znaczeniową ze zwrotem „jest konieczne”, a warunek konieczny oddajemy w rekonstrukcji logicznej za pomocą następnika implikacji, utworzymy implikację, której następnikiem będzie zdanie o posiadaniu wizji. W ten sposób otrzymujemy następujący zapis wnioskowania w języku formalnym.

Przesłanka A: $\forall_x (Gx \Rightarrow \exists_y Pyx)$;
Przesłanka B: $\forall_x \forall_y (Gx \wedge Pyx \Rightarrow Wyx)$;
Wniosek C: $\forall_x (Gx \Rightarrow \exists_y Wyx)$.

2.2.2. Żeby ocenić poprawność tego wnioskowania, to znaczy, stwierdzić, że wniosek wynika logicznie z przesłanek bądź że z nich nie wynika, trzeba zbadać, czy wnioskowanie to podpada pod schemat formuły logicznej będącej implikacją, w której poprzednik ma taką strukturę jak koniunkcja przesłanek, a następnik taką jak wniosek.

W tym celu trzeba by zastąpić nasze predykaty „G”, „P” i „W”, odnoszące się do konkretnych relacji społecznych, przez jakieś schematyczne litery reprezentujące dowolne predykaty. Dopiero wtedy formuła stanie się tak uniwersalna jak to jest konieczne, by pretendować do roli prawa logiki czyli tautologii (którą to rolę mamy właśnie testować). Takie jednak przepisywanie byłoby niepraktyczne. Praktyczniej jest umówić się, że w toku rozumowania badającego tautologiczność rozważanej implikacji przypisujemy literom „G”, „P” i „W” inną funkcję niż w zapisie wnioskowania należącego do teorii socjologicznej: nie będą to skróty słów stanowiących konkretne predykaty, lecz schematyczne litery występujące w formułach logiki predykatów. A po zakończeniu testu tautologiczności, żeby jego wynik móc zastosować do problemu poprawności konkretnego wnioskowania, powrócimy do interpretacji owych liter jako konkretnych predykatów. To mając na uwadze, potraktujmy jako formułę logiki predykatów następujące wyrażenie:

(F) $\forall_x(Gx \Rightarrow \exists_y Pyx) \wedge \forall_x\forall_y(Gx \wedge Pyx \Rightarrow Wyx) \Rightarrow \forall_x(Gx \Rightarrow \exists_y Wyx)$.

Zmniejszamy liczbę nawiasów, z korzyścia dla zwięzłości, umawiając się, że symbol koniunkcji wiąże silniej niż symbol implikacji (to samo dotyczy równoważnosci). Formułę więc $A \wedge B \Rightarrow C$ rozumiemy tak samo jak formułę $(A \wedge B) \Rightarrow C$.

Jeśli F okaże się prawem logiki, czyli następnik okaże się wynikać logicznie z poprzednika, przy czym pod schemat następnika podpada wniosek C, a pod schemat poprzednika podpada koniunkcja przesłanek A i B, zostanie tym samym wykazane, że wniosek ten nie może być fałszywy, gdy prawdziwe są przesłanki. I tak zostanie wykazana poprawność naszego wnioskowania.

Badanie tego, czy F jest prawem logiki, czyli tautologią, prowadzimy w tym systemie metodą szukania kontrprzykładu obalającego sąd, że F jest tautologią. Kontrprzykładem będzie taki wywód, który by okazał, że zaprzeczenie formuły F nie prowadzi do sprzeczności. Skoro bowiem tautologia jest zawsze prawdziwa, to jej zaprzczenie jest zawsze fałszywe, a taka uniwersalna fałzywość przysługuje tylko wyrażeniom wewnętrznie sprzecznym. Jeśli więc zaprzeczenie F doprowadzi do sprzeczności w każdym rozgałęzieniu rozumowania testującego, to znaczy, nigdzie nie znajdziemy do F kontrprzykładu (który by świadczył, że czasem F się nie spełnia), będzie to dowód, że zaprzeczenie F jest zawsze fałszywe czyli że F jest formułą zawsze prawdziwą, to jest, tautologią.

Pierwszym więc krokiem będzie zapisanie założenia, że prawdą jest negacja implikacji F, co można odrazu zapisać jako układ dwóch założeń, z których jedno polega na przyjęciu poprzednika, a drugie na zaprzeczeniu następnika (fałszywa implikacja musi mieć prawdziwy poprzednik, a przy tym fałszywy następnik, czyli prawdziwe zaprzeczenie następnika). Ponieważ poprzednik jest tu koniunkcją dwóch zdań, rozpisujemy go na te zdania składowe.

Zanim w poszukiwaniu kontrprzykładu przystąpimy do wysnuwania konsekwencji z założeń, uzupełnimy zestaw reguł wnioskowania z rozdziału piątego (odcinek 5) o dwie reguły pomocnicze, które z tamtych wynikają; są więc one zbędne z teoretycznego punktu widzenia, ale ich wprowadzenie daje lepszy wgląd w sens kwantyfikatorów, co powinno ułatwić rozumowania. Są to reguły mówiące o tym, że wolno wykonywać następujące zastępowania:

$\sim \forall_x A(x)$ zastąpić przez $\exists_x \sim A(x)$,

$\sim \exists_x A(x)$ zastąpić przez $\forall_x \sim A(x)$.

Wprowadzenie tych reguł powinno ułatwić rozpoznawanie, kiedy należy się zastosować do nakazu różnicowania nazw przy opuszczaniu kwantyfikatora występującego tuż obok symbolu negacji.

Przed formalizacją wnioskowania w języku logiki predykatów trzeba określić **dziedzinę rozważań** czyli **uniwersum** w celu nadania interpretacji zmiennym indywiduowym „x”, „y” etc. Gdy wnioskowanie przebiega w języku arytmetyki liczb naturalnych, to zmienne indywiduowe odnoszą się do liczb 1, 2, 3 etc. Jeśli mamy do czynienia z teorią astronomiczną, jej dziedzinę, której indywidua są symbolizowane przez zmienne, będą stanowić ciała niebieskie; w botanice będą to rośliny, w zoologii zwierzęta itd.

Jak określimy dziedzinę socjologii? Musi to być obszerny zbiór zawierający w sobie takie podzbiory jak osoby fizyczne, grupy społeczne, instytucje itd. Wszystkie te obiekty traktujemy jako indywidua, czemu nie przeszkadza że jedne bywają częściami innych (podobnie w biologii do indywiduów można zaliczyć organizmy, ich organy, komórki itd.). Skoro w tej dziedzinie zbiór grup społecznych (o którym mowa w naszym przykładzie wnioskowania) jest jednym z jej podzbiorów, gdy mówi się o nim trzeba to zaznaczyć przez użycie predykatu „jest grupą społeczną" (tego ograniczenia nie stosujemy do predykatu „jest przywódcą", zakładając, że każde indywiduum z rozważanej dziedziny może być przywódcą, również grupa czy organizacja).

2.2.3. Po tych uwagach wprowadzających przystępujemy do rozumowania polegającego na szukaniu kontrprzykładu do testowanej formuły F. Pierwsze trzy wiersze są założeniami, wszystkie następne są konsekwencjami tych założeń, wyprowadzanymi za pomocą reguł wnioskowania. Cyfra na marginesie wskazuje na numer wiersza, z którego dany wiersz został wyprowadzony; użytej do tego reguły wnioskowania wymieniać nie trzeba, ponieważ da się ją jednoznacznie odczytać z porównania formuły poddanej przekształceniu z formułą uzyskaną.

1. $\forall_x (Gx \Rightarrow \exists_y Pyx)$
2. $\forall_x \forall_y (Gx \wedge Pyx \Rightarrow Wyx)$
3. $\sim \forall_x (Gx \Rightarrow \exists_y Wyx)$
4. $\exists_x \sim (Gx \Rightarrow \exists_y Wyx)$ 3
5. $\sim (Ga \Rightarrow \exists_y Wya)$ („a"!) 4
6. Ga 5
7. $\sim \exists_y Wya$ 5
8. $\forall_y \sim Wya$ 7
9. $\forall_y (Ga \wedge Pya \Rightarrow Wya)$ 2
10. $Ga \Rightarrow \exists_y Pya$ 1

L.11. $\sim Ga$ 10 | P.11. $\exists_y Pya$ 10
========= | P.12. Pba („b"!) P.11
| P.13. $Ga \wedge Pba \Rightarrow Wba$ 9
| PL.14 $\sim (Ga \wedge Pba)$ P.13. | PP.14. Wba P.13
| PL.15 $\sim Ga$ | $\sim Pba$ | PP.15. $\sim Wba$ 8
| ===== ====== ======

W tym toku rozumowania zasługują na skomentowanie następujące punkty.

Przejście od wiersza 3 do 4 dokonuje się na podstawie jednej z dwóch wprowadzonych wyżej reguł pomocniczych. Widać teraz wyraźnie, że mamy do czynienia ze zdaniem egzystencjalnym przeczącym. Gdy więc opuszczamy kwantyfikator egzystencjalny, by otrzymać formułę 5 przez wpisanie w miejsce zmiennej „x" stałej indywiduowej „a", obowiązywać będzie zastrzeżenie, żeby tej samej stałej odtąd nie używać przy eliminacji eliminacji kwantyfikatora egzystencjalnego. By przypominać o tym zastrzeżeniu, wpisano w nawiasie symbol „a" z wykrzyknikiem.

Formuły 6 i 7 biorą się z zastosowania reguły negowania implikacji. Formułę 8 zawdzięczamy drugiej z reguł pomocniczych. Mamy prawo pozbyć sie teraz w 8 kwantyfikatora ogólnego, ale jest lepszą strategią poczekać z tym do czasu, aż nazwa, której trzeba by tu użyć (np. „b") pojawi się w wyniku opuszczenia kwantyfikatora egzystencjalnego; inny tryb postępowania komplikowałby wnioskowanie.

Operacja prowadząca do formuły 9 mogłaby być wykonana później, ale z pewnych względów praktycznych została wykonana już tutaj.

Po opuszczeniu kwantyfikatora w 1 dochodzimy do formuły 10. W tym punkcie rozumowanie rozgałęzia się za sprawą reguły opuszczania implikacji. Czerpie ta reguła swą moc z faktu, że implikacja jest prawdziwa wtedy i tylko wtedy, gdy ma bądź fałszywy poprzednik (wtedy prawdą jest jego negacja) bądź prawdziwy następnik. Tak przekształca się ona w alternatywę, a pojawienie się alternatywy w rozumowaniu zobowiązuje do tego, żeby wyprowadzić konsekwencje z każdego z jej członów. Tak powstaje rozgałęzienie. Dla wyraźniejszego pokazania, że to formuła 10 rodzi rozgałęzienie, jej pozycja została scentrowana.

Otrzymana z 10 formuła L.11 w lewej gałęzi zaprzecza formule z wiersza 6, tak więc gałąź zamyka się w tym miejscu (co symbolizuje podwójna kreska). Znaczy to, że na tej gałęzi nie udało się znaleźć kontrprzykładu do formuły F (zob. wyżej 2.2.2). Supozycja bowiem, że F jest fałszywa (wyraża ją układ założeń 1-3), implikująca istnienie kontrprzykładu do F, prowadzi na lewej gałęzi do sprzeczności.

Prawa gałąź zaczyna się od drugiego członu alternatywy uzyskanej z 10; jest nim formuła P.11, „dojrzała" już do tego, by ją uwolnić od kwantyfikatora. Czynimy to, odnotowując zobowiązanie o respektowaniu zastrzezenia względem „b".

Czas na pozbycie się kwantyfikatora w formule 9 i jej rozgałęzienie. Lewa podgałąź prawej gałęzi, będąc negacją koniunkcji, przekształca się w alternatywę zanegowanych członów tej koniunkcji, a więc tworzy kolejne rozgałęzienie. Na każej z tych gałęzi znajduje się formuła sprzeczna z jakąś formułą obecną wcześniej na konarze, którego krańcami są obecne gałęzie: lewa formuła jest sprzeczna z 6, a prawa z P12. A więc i tutaj nie doszło do znalezienia kontrprzykładu względem formuły F. W skrajnym prawym odgałęzieniu także uzyskujemy sprzeczność (zapis formuły „$\sim Wba$", który powinien znaleźć się także na sąsiedniej gałęzi, na tej sąsiedniej opuszczamy gdyż nie ma on wpływu na jej zamknięcie).

Skoro po przejściu wszystkich gałęzi na żadnej nie udało się znaleźć kontrprzykładu względem formuły F (gdyż domniemanie, iż on istnieje prowadzi do sprzeczności), F okazuje się być tautologią czyli prawem logiki. A zatem, gdy wrócimy do wnioskowania „A i B, więc C" (zob. 2.2.1 przy końcu), trzeba uznać że z racji posiadania formy reprezentowanej przez tautologię F jest ono wnioskowaniem poprawnym logicznie, obdarzonym cechą niezawodności.

2.3. Przypadek z rozwiązaniem negatywnym. Tekst rozumowania z ustępu 2.2.1 modyfikujemy w ten sposób, że w drugiej przesłance zamiast wyrażenia „konieczne jest" umieszczmy wyrażenie „wystarcza". Otrzymujemy tekst następujący.

Każda grupa społeczna ma jakiegoś przywódcę. Aby być przywódcą grupy, wystarcza mieć wizję jej celów. Każda więc grupa ma kogoś, kto ma wizję jej celów.

Formalizacja tego wnioskowania powinna oddać fakt, że warunek wystarczający zajmuje miejsce w poprzedniku implikacji. A zatem w drugiej przesłance predykat „W" wystąpi w poprzedniku, a predykat „P" w następniku. W zapisie formalnym wygląda to, jak następuje.

Przesłanka A: $\forall_x(Gx \Rightarrow \exists_y Pyx)$;
Przesłanka B: $\forall_x \forall_y(Gx \wedge Wyx \Rightarrow Pyx)$;
Wniosek C: $\forall_x(Gx \Rightarrow \exists_y Wyx)$.

Żeby ocenić poprawność tego wnioskowania trzeba rozstrzygnąć, czy jest tautologią formuła, pod której poprzednik podpadają połączone w koniunkcję przesłanki, zaś pod następnik podpada konkluzja rozważanego wnioskowania. Trzeba zatem przetestować formułę:

(G) $\forall_x(Gx \Rightarrow \exists_y Pyx) \wedge \forall_x \forall_y(Gx \wedge Wyx \Rightarrow Pyx) \Rightarrow \forall_x(Gx \Rightarrow \exists_y Wyx)$.

Podobnie jak poprzednio, rozpisujemy ją na założenia dowodu nie wprost, to znaczy z negacją następnika jako jednym z założeń, i tak otrzymujemy następujące drzewo wnioskowania.

1. $\forall_x(Gx \Rightarrow \exists_y Pyx)$
2. $\forall_x\forall_y(Gx \wedge Wyx \Rightarrow Pyx)$
3. $\sim \forall_x(Gx \Rightarrow \exists_y Wyx)$
4. $\exists_x \sim (Gx \Rightarrow \exists_y Wyx)$ 3
5. $\sim (Ga \Rightarrow \exists_y Wya)$ („a”!) 4
6. Ga 5
7. $\sim \exists_y Wya$ 5
8. $\forall_y \sim Wya$ 7
9. $\forall_y(Ga \wedge Wya \Rightarrow Pya)$ 2
10. $Ga \Rightarrow \exists_y Pya$ 1

L.11. $\sim Ga$ 10 | P.11. $\exists_y Pya$ 10
========= | P.12. Pba („b”!) P.11
| P.13. $Ga \wedge Wba \Rightarrow Pba$ 9
| PL.14 $\sim (Ga \wedge Wba)$ P.13. | PP.14. Pba P.13
| PL.15 $\sim Ga$ | $\sim Wba$ | PP.15. $\sim Wba$ 8
| =====

Jak widać, trzy formuły końcowe (tj. zdania atomowe lub ich negacje), znajdujące się na dwóch skrajnych prawych gałęziach, nie wchodzą w stosunek sprzeczności z żadnym innym wyrażeniem wyprowadzonym z założeń. Stanowią więc one poszukiwane kontrprzykłady względem fromuły G. Okazuje się, że można jej zaprzeczyć nie narażając się na to, za takie zaprzeczenie w każdej gałęzi rozumowania doprowadzi do sprzeczności. Skoro można jej w ten sposób zaprzeczyć, to nie jest ona tautologią. A zatem oparty na niej schemat wnioskowania, wedle którego przebiega rozważane rozumowanie, jest pozbawiony niezawodności; to znaczy, nie przy każdym podstawieniu zapewnia on wyprowadzenie prawdziwego wniosku z prawdziwych przesłanek. Nie jest to zatem wnioskowanie, które miałoby przymiot formalnej czyli logicznej poprawności.

3. Błędy pospolite nie tylko pośród pospólstwa

3.1. Uwagi metodologiczne w sprawie studium przykładu. Chciałoby się nieraz ponarzekać na podręcznikowe kursy logiki, że rozumowania podawane w nich jako przykłady lub jako materiał do ćwiczeń mało są przydatne praktycznie, odbiegają bowiem od tego, jak ludzie na codzień naprawdę rozumują. Może logicy są na tyle życzliwi dla bliźnich, że nie chcą imputować im błędów rozumowania banalnych lub szczególnie rażących, choć one realnie się zdarzają.

Może by należało trzymać się dalej tej życzliwej konwencji, gdyby nie okoliczność, że w intencjach obecnego kursu są zastosowania logiki w naukach społecznych. Gdy więc pojawiają się błędy rozumowania szkodliwe dla stosunków między ludźmi, oświecony logicznie adept nauk społecznych powinien umieć je dostrzec i ujawnić. Obecny odcinek ma dostarczyć treningu w tej umiejętności.

Będzie to trening nie tylko w logice, ale i w pewnej metodzie badań społecznych. Chodzi o problem miarodajnej reprezentacji interesującego nas zjawiska. Może to być próba statystyczna, której właściwy dobór kierowany jest regułami opracowanymi w teorii statystyki. Ale może też być miarodajną próbą pojedynczy przypadek. Wtedy mamy do czynienia z tym, co nazywa się po angielsku *case study*, a co polsku można określić jako studium przykładu.

Trudno podać ogólne reguły, które by mówiły, kiedy dobór przykładu jest trafny ze względu na konstruowanie wiarogodnej teorii (byłby to temat do specjalnego rozdziału metodologii nauk).

Poprzestanę więc na tym, że wybór przedmiotu studium będę uzasadniał za pomocą komentarzy, które powinny naprowadzać, bez pretendowania do systematyczności, na pewne ogólne zasady doboru takiej jednostkowej reprezentacji.

W przypadku bardzo pospolitych a zdecydowanie szkodliwych błędów rozumowania dobrze jest czerpać przykłady nie tyle z myślenia tzw. czlowieka z ulicy, co raczej z myślenia osób prominentnych (tę intencję wyraża w tytule zwrot o pospolitych błędach przytrafiających się nie tylko pospólstwu). Dlaczego?

Po pierwsze dlatego, że daje to znaczną szansę reprezentatywności. Jeśli jakiś błąd przydarza się ludziom dobrze wykształconym, to tym bardziej można się spodziewać wśród mniej wykształconych, a więc w jakiejś pokaźnej populacji; a jeśli są to osoby na świeczniku, stąd zobowiązane do szczególnego poczucia odpowiedzialności za słowo, które to jednak poczucie ich nie uchroniło przed logiczną przewiną, to skłoność do tej przewiny musi być na tyle silna, że zasługuje na uwagę logików.

Po drugie dlatego, że osoby o dużym autorytecie, który zawdzięczają wykształceniu i pozycji, swoim sposobem rozumowania przejawianym w wypowiedziach publicznych kształtują sposób myślenia szerszej publiczności. Tak powstaje nowy powód do tego, żeby ów sposób rozumowania udzielał się większej zbiorowości.

Do obecnego studium zostały wybrane dwa przykłady: polityka oraz wybitnego intelektualisty. Są więc one różne co do podmiotu rozumowania, a zarazem dostarczają ilustracji różnych kwestii logicznych: jeden sposobu uogólniania, a drugi pojęcia sprzeczności. Oba też mają aspekt związany w podejmowaną w tym rozdziale problematyką kontrprzykładu.

3.2. Błąd bezpodstawnej generalizacji wykryty przez kontrprzykład dialogowy. Przedmiotem obecnego studium przykładu jest sposób rozumowania pewnego polityka o poglądach, które piszący o nich publicysta określa jako skrajnie prawicowe. Wobec fatalnej wieloznaczności terminu „prawica” w słownictwie politycznym (kto należy do prawicy w jednym znaczeniu, w innym należy do lewicy), zamiast niego posłużymy się tu terminem „antypluralizm” (jego sens polityczny da się odczytać z treści cytowanej wypowiedzi).

> DOKUMENTACJA: *„Nie w jednym domu”. Z Rehawamem Zewi-Ghandim rozmawia Anka Grupińska*, *Tygodnik Powszechny* nr 19, 7 maja 2000, s. 7. Rozmowa przeprowadzona pod koniec roku 1999. Rozmówcą jest ur. 1926 poseł do izraelskiego parlamentu z ramienia skrajnie prawicowej (w sensie haseł nacjonalistycznych a więc antypluralistycznych) partii Moledet.

Zeewi, po wygłoszeniu poglądu, że państwo izraelskie powinno być jednolite narodowo, który uzasadnia przypadkiem Cypru, gdzie według niego pokój nastał dopiero po ustanowieniu dwóch jednolitych narodowo państw, greckiego i tureckiego, powiada potem, co następuje.

> To samo dotyczy dwóch religii. Weź Irlandię: protestanci i katolicy, którzy należą do jednego narodu, zabijali się tam każdego dnia. Dlaczego? Bo takie jest życie.

Spróbujmy rekonstrukcji logicznej tego toku myśli. Jaki rodzaj warunku ma wiązać te dwa zjawiska: odmienność religii i wojnę religijną? Powiedzieć, że różność religii jest warunkiem koniecznym waśni religijnych byłoby truizmem (bez różnic religijnych nie mogłyby zaistnieć wojujące o religię strony). Chodzi więc napewno o to, że wystarcza, by zaistniała różnica religii, żeby wybuchła wojna między wyznawcami z obu stron.

Zapiszmy to jako zdanie warunkowe, gdzie „R” jest skrótem predykatu oznaczającego różnicę religii (między stronami x i y), zaś „W” skrótem predykatu oznaczającego wojnę (między tymi samymi stronami). Otrzymujemy formułę:

(3.2).1 $\forall_x \forall_y (Rxy \Rightarrow Wxy)$.

Jeśli uzasadnienie nie ma się zawierać w owym sentencjonalnym takie jest „życie”, co by nie świadczyło dobrze o autorze wypowiedzi, to trzeba je upatrywać we wskazanym przezeń przypadku irlandzkim. Niech nazwa „k” oznacza katolików irlandzkich, a nazwa „p” protestantów irlandzkich. Zeewi przeprowadza następujące wnioskowanie (a raczej coś, co on za wnioskowanie uważa):

(3.2).2 $Rkp \wedge Wkp$, zatem: $\forall_x \forall_y (Rxy \Rightarrow Wxy)$.

Poddawszy rzekome wnioskowanie testowi tabeli analitycznej, otrzymamy natychmiast kontrprzykład świadczący, że implikacja

(3.2).3 $Rkp \wedge Wkp \Rightarrow \forall_x \forall_y (Rxy \Rightarrow Wxy)$

nie jest prawem logiki, a więc tekst (3.2).2 mający być argumentem na rzecz antypluralizmu, nie jest poprawnym wnioskowaniem.

Jest on jednak nadal wart uwagi, bo da się nim dobrze zilustrować pewien wariant metody kontrprzykładu mający praktyczne znaczenie w dyskusjach. Niech kontrprzykład dostarczony przez tabelę analityczną nazywa się, krócej, *kontrprzykładem analitycznym*. Porównajmy go z postępowaniem, które określimy jako **kontrprzykład dialogowy**. Dlatego dialogowy, że nadaje się on do zastosowania jako argumentacja w realnych dialogach. Mamy w nich zwykle do czynienia z oponentem, który nie jest wprowadzony w technikę tabel analitycznych, nie będziemy więc przekonywać go o błędzie rozumowania rozpisując na kartce tabelkę kontrprzykładu analitycznego.

Zasługuje ta metoda na nazwę dialogowej także z tego powodu, że treść kontrprzykładu musi nawiązywać do stanu wiedzy partnera dialogu. Od partnera, jakim jest Zeewi można oczekiwać wiedzy o sytuacji wyznaniowej także w innych niż Irlandia krajach. Do niej sięgniemy po sąd będący szukanym kontrprzykładem dialogowym, z którego wynika zaprzeczenie tego, co partner podawał za wniosek, mianowicie zaprzeczenie następnika zdania (3.2).3. Skoro ten następnik, którym jest zdanie

(3.2).4 $\forall_x \forall_y (Rxy \Rightarrow Wxy)$

okazuje się fałszywy, a poprzednik zdania (3.2).3 jest niewątpliwie prawdziwy, to tamto zdanie musi być fałszywe.

W roli sądu będącego w tej dyskusji kontrprzykładem dialogowym można użyć jednego z licznych opisów sytuacji w tych krajach, gdzie różne wyznania żyją w zgodzie, a czasem nawet we wzorowej współpracy. Przykładem tej ostatniej może być w życiu politycznym Republiki Federalnej Niemiec obóz chadecki, w którym współdziałają solidarnie, w ramach CDU/CSU, katolicy i protestanci.

Taki historycznie ugruntowany kontrprzykład pozwala nie tylko zdemaskować błąd; może także prowadzić w kierunku trafnego wyjaśnienia przyczyn badanego zjawiska. Wszak Niemcy sprzed paru wieków, z okresu wojny trzydziestoletniej, stanowią podręcznikowy przykład ruiny spowodowanej wojną religijną. Ten fakt usuwa ze zbioru możliwych przyczyn wojny religijnej nie tylko różnice wierzeń lecz także coś takiego jak charakter narodowy (co mogłoby wchodzić w grę, gdyby poprzestać na przykładzie irlandzkim). Tak eliminując kontrprzykładami kolejne czynniki, zacieśniamy krąg hipotez kandydujących do wyjaśnienia rzeczywistych przyczyn wojen religijnych.

3.3. Błąd rozmycia pojęcia sprzeczności. W operowaniu kontrprzykładem fundamentalną rolę pełni pojęcie sprzeczności. Trzeba więc zadbać o tak jasne jego rozumienie, żeby nie upatrywać sprzeczności tam, gdzie jej nie ma, a dopuszczać się jej przeoczenia tam, gdzie ona zachodzi. Zajmiemy się tym pierwszym defektem, który nierzadko pojawia się w rozumowaniach nawet u osób wysoko wykształconych. Polega on na tym, że za warunek wystarczający zachodzenia sprzeczności uważa się sytuację, gdy mamy dwa zdania złożone z tych samych wyrazów z tą jedynie różnicą, że w jednym z nich występuje słowo przeczące, a w drugim nie występuje. Oto przykład:

(3.3).1 Niektóre primabaleriny są kapryśne. *Symbolicznie:* $\exists_x Px$;
(3.3).2 Niektóre primabaleriny NIE są kapryśne. *Symbolicznie:* $\exists_x \sim Px$.

W gruncie rzeczy, zdania (3.3).1 i (3.3).2 nie są między sobą sprzeczne. Łatwo się o tym przekonać, gdy połączymy je w koniunkcję i tę koniunkcję poddamy zaprzeczeniu, co da zdanie:

(3.3).3 $\sim (\exists_x Px \wedge \exists_x \sim Px)$.

Gdyby rozważane zdania były między sobą sprzeczne, ich koniunkcja podpadałaby pod schemat zdania zawsze (tj. przy każdym podstawieniu) fałszywego, a więc zaprzeczenie tego schematu byłoby zawsze prawdziwe czyli byłoby prawem logiki. Pozostaje przeto zbadać, czy istotnie (3.3).3 jest prawem logiki, co można uczynić metodą tabel analitycznych (żeby mieć potrzebą ogólność, traktujemy w tej operacji „P" nie jako skrót określonego predykatu, lecz jako literę symbolizującą dowolny predykat).

Bierzemy zatem w roli założenia zaprzeczenie formuły (3.3).1, co po skasowaniu podwójnej negacji daje

(3.3).4 $(\exists_x Px \wedge \exists_x \sim Px)$.

Łatwo sprawdzić, że analiza formuły (3.3).4, ze względu na konieczność różnicowania stałych indywiduowych przy opuszczaniu „E", nie prowadzi do sprzeczności. A zatem jej zaprzeczenie, którym jest (3.3).3 nie jest prawem logiki.

Czy może istotnie trafić się ktoś, kto upatrywałby sprzczność między zdaniami takimi jak (3.3).1 i (3.3).2? Oto materiał do odpowiedzi.

> DOKUMENTACJA: Krzysztof Zanussi, *Tam, gdzie kończy się rozum,* tygodniowy felieton, *Polityka* nr 20, 13 maja 2000. Autor nawiązuje do swego wcześniejszego felietonu, w którym powtarzał za pewnym hinduskim rozmówcą, że w kulturze europejskiej myślenie jest skrępowane liczeniem się z zasadą niesprzeczności (tj. zakazującą uznawania naraz dwóch zdań sprzecznych), od którego to ograniczenia miałaby być wolna myśl hinduska.

Oto cytat z felietonu z 13 maja 2000. Wedle wspomnianego rozmówcy, relacjonuje KZ (dalej będę używał tego inicjału),

> logiczne myślenie jest wyrazem banalnej logiki dwuwartościowej, opartej na zasadzie niesprzeczności — tej, która mówi, że jak coś jest, to nie może być prawdą twierdzenie mówiące, że coś nie jest. Dla Hindusów każda z prawdziwych mądrości życiowych wyraża się poprzez zdania, które się nawzajem wykluczają, a tymczasem dopiero razem mogą zawrzeć coś poważniejszego.

Nie mamy tu danych do sprawdzenia, czy istotnie mądrość hinduska zawiera coś takiego. Ważniejsze jest jednak dysponowanie dokumentem, że takie pojmowanie zasady niesprzeczności cechuje jednego z polskich intelektualistów, a po przeczytaniu jego felietonu przez innych może się tym innym udzielić. KZ tak bowiem interpretuje, już na własną odpowiedzialność, zasadę niesprzeczności, inspirowany pewnym tekstem o młodości.

> Młodość żyje pospiesznie, a z wiekiem człowiek coraz więcej zastanawia się nad życiem i nad sobą. Jest to prawda, ale bez wątpienia prawdziwy jest także sąd przeciwny. To młodzi są zmuszeni zadawać poważne pytania, to oni decydują o własnym życiu i podejmują wybory, które będą im towarzyszyły aż do śmierci. [...] Znów dwa sprzeczne twierdzenia uzupełniają się nawzajem.

Mówiąc o jeszcze innych cechach młodzieży, KZ kończy ten opis uwagą: „Możliwe, że przesadzam i możliwe, że całkiem się mylę. Znów dwa zdania przeciwne mogą się z powodzeniem dopełniać.”

Została tu uruchomiona duża aparatura pojęciowa, żeby powiedzieć coś tak prostego, jak to, że mogą być oba naraz prawdziwe zdania „Zanussi czasem się myli” oraz „Zanussi czaem się nie myli”. Podpadają one pod schemat występujący w rozważanych przez niego sytuacjach, a oddany wyżej przykładowo parą zdań (3.3).1 i (3.3).2. Za każdym razem negacja występuje po kwantyfikatorze egzystencjalnym, co nie powoduje sprzeczności, ponieważ dwa takie zdania mogą być jednocześnie prawdziwe. Dwa zaś zdania ogólne tym się tylko różniące, że jedno ma po kwantyfikatorze symbol negacji, a drugie go nie ma, też nie są wzajemnie sprzeczne, ponieważ mogą być jednocześnie fałszywe, czyli fałszywość jednego nie wyklucza fałszywości drugiego (porównajmy w tym celu zdania: „KZ zawsze się myli” oraz „KZ nigdy się nie myli”).

Sprawę tę uporządkowali już dostatecznie logicy scholastyczni, którzy w tzw. kwadracie logicznym (pewien układ reguł wnioskowania) odróżniali zdania parami sprzeczne, przeciwne i podprzeciwne (KZ używa słowa „sprzeczne” zamiennie z „przeciwne”). Oto tamta terminologia, zasługująca na akceptację także w logice współczesnej (użyte do ilustracji formy zdań są przykładowe i tak dobrane, żeby były jak najprostsze).

Zdania sprzeczne: $\exists_x Px$ i $\sim \exists_x Px$, albo: $\forall_x Px$ i $\sim \forall_x Px$.

Zdania przeciwne: $\forall_x Px$ i $\forall_x \sim Px$.

Zdania podprzeciwne: $\exists_x Px$ i $\exists_x \sim Px$.

KZ operuje cały czas zdaniami podprzeciwnymi, nazywając je sprzecznymi. To nazwanie to nie tylko defekt leksykograficzny czyli brak wiedzy o pewnej terminologii. Zaczyna to być błąd logiczny od momentu, gdy KZ mówi, że takie zdania nawzajem się wykluczają. Jak widać na niezliczonych kontrprzykładach, wykluczania tu nie ma: mogą być oba zdania naraz prawdziwe i dzięki temu się uzupełniać. I tak, młodzi ludzie czasem są poważni, czasem niepoważni, podobnie zresztą jak starzy i jak dzieci; niektórzy z nich się spieszą, niektórzy się nie spieszą; i tak dalej.[1]

Zostały poddane analizie dwa błędy zasługujące na uwagę z tej racji, że się trafiają, jak to zostało udokumentowane, wśród umysłowej elity. To upoważnia do hipotezy, że *a fortiori* (tj. tym bardziej) należy się ich spodziewać w szerszej populacji. Analizy takie są potrzebne, żeby ludzie nie dawali się ponosić pochopnym uogólnieniom. Także po to, by nie dali się zwieść pouczaniu, że przestrzeganie zasady niesprzeczności — tak istotne dla kultury logicznej, choćby w operowaniu kontrprzykładem — jest trywialnością niegodną wyższego umysłu.

[1] Można spodziewać się repliki Autora, że takie parafrazowanie trywializuje jego problem, nie chodzi mu bowiem o stosunki ilościowe, ale o coś takiego, że w samej naturze młodości mieści się i jedna i druga tendencja. To zasługiwałoby może na rozważenie, ale musiałoby być wyrażone w odpowiednim do tego języku, nie zaś w owej terminologii pseudologicznej.