

Procedury badawcze operujące stosunkiem sprzeczności Dowody nie-wprost, kontrprzykłady, eliminacja hipotez

Tytuł tego rozdziału, naładowany terminami technicznymi, niezbyt jest może inspirowany dla nowicjusza w logice, ale dzięki swej techniczności maksymalnie informacyjny. Omówienie w jednym rozdziale procedur, których cechą wspólną jest odwołanie się do pojęcia sprzeczności wskazuje na doniosłość tego pojęcia w zastosowaniach logiki do badań społecznych.

Wprawdzie nie występuje w nich pierwsza z wymienionych procedur – dowód nie-wprost – charakterystyczna dla nauk dedukcyjnych, ale jej znajomość pozwala głębiej zrozumieć, czym jest wynikanie logiczne, a jest to zrozumienie w studium logiki podstawowe. Co się tyczy kontrprzykładu i eliminacji hipotez, używanego do eliminacji hipotez, jest to, by tak rzec, chleb codzienny badacza w naukach empirycznych, w szczególności społecznych.

Dlaczego w szczególności? Dlatego, że im bardziej złożony przedmiot badań, a nauki społeczne mogą szczycić się tym, że traktują o rzeczywistości maksymalnie złożonej, tym częściej postępowanie badawcze musi kroczyć drogą prób i błędów. Nabierają więc najwyższej rangi metody eliminacji błędów, a do takich należy procedura kontrprzykładu (procedurą nazywamy metodę, w której sposób postępowania jest opisany ze szczególnie wysoką precyzją).

1. Co to jest sprzeczność i z czym nie należy jej mylić

Naczelnymi pojęciami logiki są *wynikanie* i *sprzeczność*. Na pierwszym buduje się uzasadnianie zdań, na drugim ich obalanie. Te dwa sposoby postępowania w pewien sposób ze sobą współpracują. Do uzasadnienia jakiegoś zdania Z może prowadzić obalenie innego, będącego zaprzeczeniem zdania Z. W ten sposób także sprzeczność zostaje wprężnięta w proces uzasadniania.

Wzór tak pomysłowego wykorzystania sprzeczności dali starożytni Grecy. Logika europejska sięga korzeniami do greckiej dialektyki, obecnej u Eleatów i Sofistów, u Sokratesa i Platona. Platon nie przypadkiem każdej ze swych rozpraw dał formę dialogu, dialektyka bowiem i dialog dzielą ten sens etymologiczny, że do zrozumienia dochodzi się przez rozważanie pomiędzy (gr. *δια*) różnymi racjami (*λόγος* – racja, przesłanka itp); z dialogów Platona szczególnie godny uwagi jest *Fedon* (dialektyka osiąga tam szczyt wobec powagi problemu nieśmiertelności dyskutowanego przez Sokratesa z przyjaciółmi na kilka godzin przed wykonaniem na nim wyroku śmierci).

Jest dialektyka sztuką walki intelektualnej, prowadzonej nie dla sportu, a w każdym razie nie tylko dla sportu, ale dla wydobycia prawdy ze starcia się przeciwstawnych wzajem poglądów. Oto w jaki sposób wchodzi do gry pojęcie sprzeczności. Przypuszczając atak na jakiś pogląd, zwalczymy go najskuteczniej, gdy drogą dedukcji, zbudowanej na pojęciu wynikania logicznego, wykażemy jego sprzeczność z innym poglądem, który

także jest żywiony przez naszego oponenta, choć zrazu uchodzi to jego uwadze i stąd sprzeczność jest dlań ukryta. Jeśli z tego drugiego oponent zrezygnować nie może, bo jest to niewzruszony aksjomat lub niezbity fakt doświadczalny, to musi ustąpić z pierwszego — tego właśnie, który został zaatakowany.

Pora, żeby dokładnie zdać sprawę, na czym polega sprzeczność i z czym nie należy jej mylić (a pomyłki zdarzają się nawet intelektualnym autorytetom).

Sprzeczność jest to para zdań, z których jedno zaprzecza temu, co twierdzi drugie. Oto przykłady.

- Wszyscy ludzie wiedzą, co to jest sprzeczność. — Nie wszyscy ludzie wiedzą, co to jest sprzeczność.
- Każda liczba jest parzysta. — Pewna liczba nie jest parzysta.
- $2+2=5$. — Nie jest prawdą, że $2+2=5$.

Są to przypadki sprzeczności bezpośredniej i jawnej. Bywa też sprzeczność ukryta, do której ujawnienia potrzebne jest pewne rozumowanie. Oto ze zdania A wynika B, które po zanalizowaniu okazuje się mieć tę samą treść, co nie-A (łańcuch może być dłuższy: z B wynika C, z C coś jeszcze, i tak dalej, a ostatni człon okazuje się mówić to samo, co nie-A).

Na przykład, ktoś nieuważnie wykonał mnożenie powiedzmy, 917 przez 3, otrzymując 2731 (zamiast 2751), poczem rozumuje on następująco w celu sprawdzenia wyniku (wedle znanego przepisu na badanie podzielności przez 3): „jeśli $3 \cdot 917 = 2731$, to suma $2+7+3+1$, równa 13, dzieli się bez reszty przez trzy; nie jest to prawdą, bo 13 nie dzieli się przez 3; a zatem: nie jest prawdą, że $3 \cdot 917 = 2731$ ”. Widać stąd, że wynik obliczenia był błędny, ale przez pewien czas rachmistrz weń wierzył; pozostawało to wtedy w ukrytej dlań, to jest, nie uświadamianej, sprzeczności, z uznawanymi przez niego skądinąd prawdami arytmetyki.

Sprzeczności nie należy mylić z taką sytuacją, gdy mamy dwa zdania, z których jedno coś twierdzi, a drugie różni się od pierwszego tym tylko, że występuje w nim ponadto zwrot przeczący, np. „Niektórzy logicy są nudni” i „Niektórzy logicy *nie* są nudni” (kursywa wskazuje na miejsce różniące te zdania). Oba zdania mogą być naraz prawdziwe, a więc nie zachodzi między nimi sprzeczność.

O tym, że ostrzeżenie takie jest potrzebne świadczy nieświadomość, z jaką zdradzają się czasem wybitni intelektualiści. Krzysztof Zanussi w paru felietonach w *Polityce* ubolewał nad prymitywizmem kultury zachodniej, która nie zezwala w myśleniu na sprzeczność, w odróżnieniu od kultury hinduskiej, którą nasz autor chwali jako subtelniejszą ponieważ potrafi dostrzegać zachodzące w świecie sprzeczności. I tu daje przykład o dokładnie takiej strukturze jak powyższy („niektórzy są ...” i „niektórzy nie są ...”), głosząc słusznie, że dwa tego rodzaju zdania mogą być oba naraz prawdziwe, a przy tym nazywając je najniesłuszniej zdaniami między sobą sprzecznymi.

2. Operowanie sprzecznością w naukach dedukcyjnych i w empirycznych

2.1. Dialektyczne wykorzystanie sprzeczności służy nie tylko do obalania błędów, lecz także do odkrywania i uzasadniania prawd. Dzieje się to w sposób, o którym będzie mowa w obecnym rozdziale. Zanim się tym zajmiemy, trzeba sobie uświadomić, że inna jest metodologiczna rola sprzeczności w naukach dedukcyjnych, jak dyscypliny matematyczne, inna zaś w badaniach empirycznych. W tej drugiej dziedzinie mieszczą się nauki społeczne.

W naukach matematycznych typową formą wykorzystania sprzeczności jest dowód nie-wprost. Polega on na tym, że za pomocą reguł logiki wyprowadza się konsekwencje wzajem między sobą sprzeczne ze zdania będącego zaprzeczeniem tego, co zamierzamy dowieść. Gdy to zaprzeczenie okazuje się fałszywe (skoro wynika zeń sprzeczność), to zdanie, któremu zaprzeczamy musi być prawdziwe. W naukach społecznych nie miewa się do czynienia z dowodem nie-wprost w tej czystej postaci, ale wiedza o nim pomaga posługiwać się pewnymi metodami pokrewnymi, znajdującymi zastosowanie w teoriach empirycznych.

Matematycy są uświadomieni na problem sprzeczności w innym jeszcze aspekcie: poszukują oni odpowiedzi na pytanie, czy dana teoria jest niesprzeczna wewnętrznie. Metody przeprowadzania takich dowodów rozwinęły się w całość, by tak rzec, przemysł – tak ważna jest ta sprawa dla poszukiwania prawdy w naukach matematycznych. Dowód niesprzeczności teorii można przeprowadzić tylko wtedy, gdy jest ona **teorią aksjomatyczną**, to znaczy, każde jej twierdzenie albo jest aksjomatem czyli zdaniem przyjętym bez dowodu, albo jest wyprowadzone z aksjomatów za pomocą logicznych reguł wnioskowania.

Powód tego ograniczenia jest oczywisty. Każda teoria ma nieskończenie wiele twierdzeń; stąd, żeby wykazać, że żadne z nich nie są między sobą sprzeczne, trzeba by przebadać cały ten zbiór nieskończony; chyba, że mamy do czynienia z teorią zaksjomatyzowaną. Wtedy wystarczy przebadać skończony i zwykle niewielki zbiór aksjomatów, gdyż w matematyce niesprzeczność gwarantuje zarazem prawdziwość, a ponieważ prawdziwość dziedziczy się na konsekwencje (taka jest właściwość logicznych reguł wnioskowania), to i wśród nich nie może zaistnieć para zdań wzajemnie sprzecznych (jedno z nich musiałoby być fałszywe, a więc nie byłoby owego dziedziczenia prawdziwości przez wszystkie konsekwencje aksjomatów).

2.2. Zdarza się również teoriom empirycznym, że są poddane z dobrym wynikiem procedurze aksjomatyzacji (udało się to np. w teorii kwantów), ale sukces ten ogranicza się do takich obszarów, jak fizyka teoretyczna, która w trudny do naśladowania sposób łączy status teorii empirycznej (dotyczącej przyrody) ze statusem metodologicznym pokrewnym matematyce. Zdarza się natomiast w naukach społecznych taki związek z aksjomatyzacją, że teoria społeczna posługuje się tzw. modelem teoretycznym, a ten może być teorią matematyczną poddaną aksjomatyzacji.

Dobrym przykładem takiego modelu teoretycznego w naukach społecznych, jak psychologia społeczna czy psychologia ekonomiczna, jest matematyczna teoria gier i decyzji, posługująca się pojęciami *preferencji* decydenta i *prawdopodobieństwa* branych przezeń pod uwagę stanów

rzeczy. Teoria ta oddaje w sposób celowo uproszczony (tzn. ograniczając się do czynników najistotniejszych) takie np. sytuacje społeczne jak wybór między korzyścią indywidualną decydenta i dobrem grupy, z którą się on identyfikuje (tzw. dylemat więźnia). Na temat zastosowań teorii gier i decyzji w naukach społecznych istnieje ogromna literatura. Przykładowo podaję kilka pozycji (autorstwa wykładowców „Collegium Civitas”), w których znajdują się odpowiednie odniesienia do literatury.

Janusz Grzelak: „Współzależność społeczna” [w:] Jan Strelau (red.), *Psychologia. Podręcznik akademicki*, rozdz. 44.2. Warszawa 2000.

— — „Homo economicus: konflikt interesów w tradycji teorii gier”, *Studia Psychologiczne*, tom 25, 1987, s. 29-49.

— — „Homo economicus uspołeczniony”, *Studia Psychologiczne*, tom 26, 1988, s. 5-30.

Witold Marciszewski: *Poradnik dla niezdecydowanych*. Wrocław, Ossolineum, 1974 (pozycja popularno-naukowa, odsyłająca do klasycznej literatury podręcznikowej).

Tam, gdzie teoria empiryczna nie ma związku z matematyką, choćby pośredniego poprzez korzystanie z modeli matematycznych, a przy tym nie jest teorią zaksjomatyzowaną, dociekanie jej niesprzeczności byłoby przedsięwzięciem niewykonalnym.

Pomimo tego pojęcie sprzeczności gra ważną rolę, od innej strony, w ocenianiu wartości poznawczej teorii. Bo choć trudno w naukach społecznych wykazać niesprzeczność teorii, nierzadkim przypadkiem jest wykazanie pewnego rodzaju sprzeczności, mianowicie, sprzeczności – jak to się skrótowo mówi – z faktami doświadczenia. Będzie to sprzeczność w obrębie zbioru zdań będącego sumą dwóch zbiorów składowych: (a) twierdzeń teorii oraz (b) zdań obserwacyjnych uzyskanych w toku empirycznego sprawdzania danej teorii.

Mamy więc w procesie powstawania nauki teorie, które z racji tak pojętej sprzeczności musiały zostać odrzucone oraz teorie, którym sprzeczności z faktami nie udowodniono, choć podejmowano w tym celu poważne próby. Tylko teoria wytestowana przez takie próby ma prawo obywatelstwa w aktualnym stanie nauki – do czasu, gdy być może i ona okaże się sprzeczna z nowymi obserwacjami.

Nie jest to jedyny mechanizm walki o byt toczącej się między teoriami empirycznymi. Niektóre przegrywają nie dlatego, że okazały się sprzeczne z wynikami doświadczenia, ale dlatego, że gorzej od swych rywalek sprawiły się w wyjaśnianiu i przewidywaniu faktów. Schodzą więc z placu nie z racji kalectwa, jakim jest sprzeczność z faktami, lecz z racji gorszej niż inne kondycji, mianowicie mniejszej sprawności w wykonywaniu zadań, do których były powołane.

3. Dowód nie-wprost czyli przez sprowadzenie do sprzeczności

3.1. Metoda rozumowania zwana dowodem nie-wprost bywa też określana jako sprowadzanie do niedorzeczności lub sprowadzanie do absurdu (łac. *reductio ad absurdum*); przez niedorzeczność i przez absurd rozumie się w tym kontekście sprzeczność. Będziemy rozpatrywać tę metodę z punktu widzenia charakterystycznego dla logiki współczesnej, mianowicie pod kątem pytania, na ile się ona zbliża do procedury algorytmicznej.

W szybko zmieniającym się obrazie świata doszliśmy do sytuacji, w której pojęcie algorytmu, do niedawna zdające się należeć wyłącznie do domeny matematyki z logiką i informatyką, pojawia się w polu widzenia nauk społecznych. A pojawia się w jednym, by tak rzec, zaprzęgu z pojęciem społeczeństwa informatycznego. Społeczeństwo informatyczne wyłania się z interakcji ludzi i komputerów, a jedynym zajęciem komputerów jest wykonywanie algorytmów. Żeby rozumieć ową interakcję oraz mieć wizję jej przyszłości, trzeba wstawić się w sytuację komputera. Kluczem jest pojęcie algorytmu. Nie miejsce w tym rozdziale na zajęcie się algorytmami w ogólności, pomoże on jednak zawrzeć z nimi pewną znajomość w kontekście rozważań nad algorytmicznym charakterem niektórych dowodów nie-wprost.

Dowód nie-wprost został tak nazwany w odróżnieniu od dowodu wprost, od którego trzeba zacząć jako od porównawczego punktu odniesienia. Oto przepis na **dowód wprost** zdania Z .

Wśród zdań, które uznajesz za prawdziwe znajdź potrzebny do dowodu zbiór P (przesłanek) i wyprowadzaj zeń konsekwencje, stosując odpowiednie reguły wnioskowania. Jeśli po pewnej liczbie takich przekształceń, otrzymasz Z , to zbiór zdań złożony z P i otrzymanych konsekwencji będzie dowodem wprost zdania Z .

Przepis na dowód wprost wymaga pomysłowości w znajdowaniu przesłanek dla dowodzonej tezy, a także w znajdowaniu reguł wnioskowania. Dlatego nie jest on procedurą algorytmiczną czyli realizującą mechanicznie przepis postępowania, który określa jakąś skończoną sekwencję operacji na obiektach fizycznych (do jakich zaliczamy symbole).

A oto przepis na **dowód nie wprost** zdania Z .

Przyjmij jako założenie dowodu zaprzeczenie (negację) zdania Z , czyli $\neg Z$, i wyprowadzaj zeń konsekwencje, stosując odpowiednie reguły wnioskowania. Jeśli otrzymasz dwie konsekwencje założenia $\neg Z$ takie, że jedna przeczy drugiej, to któraś z nich jest fałszywa, co świadczy (skoro fałsz nie może wynikać z prawdy) o fałszywości tego założenia. Gdy założenie $\neg Z$ jest fałszywe, to prawdą jest jego zaprzeczenie $\neg(\neg Z)$, a więc prawdą jest Z .

Określenie dowodu nie-wprost zostało tu sformułowane jako przepis postępowania, co pozwala postawić pytanie o stosunek tego przepisu do algorytmu. Każdy algorytm jest przepisem postępowania, ale nie każdy przepis postępowania jest algorytmem. Gdy przepis nie jest algorytmem, a więc nie jest wykonalny w sposób mechaniczny, wymaga on od wykonawcy jakiejś inwencji.

Dowody nie-wprost mniej wymagają inwencji, ponieważ zdaniem wyjściowym, pełniącym rolę tymczasowej przesłanki, jest negacja tezy dowodzonej, a więc coś, czym już dysponujemy, czego nie trzeba szukać. Trzeba jednak inwencji w wyszukiwaniu reguł do wyprowadzania konsekwencji z przyjętego założenia. Na gruncie logiki klasycznej (a tylko taką tu uwzględniamy), ilekroć można przeprowadzić dowód wprost, można też przeprowadzić dowód nie-wprost, i odwrotnie. A ponieważ dowód nie-wprost jest łatwiejszy od swego odpowiednika wprost (skoro nie trzeba szukać przesłanek), sztuka dowodzenia metodą nie-wprost zwiększa ekonomiczność postępowania dedukcyjnego.

3.2. Pewien rodzaj dowodów nie-wprost zwalnia także od szukania reguł, gdyż to, której reguły wnioskowania należy użyć w następnym kroku jest wyznaczone przez strukturę

rozważanej formuły. W tej formie dowód nie-wprost podpada pod pojęcie algorytmu, stąd z obecnego rozważania mamy pożytek podwójny: dla zrozumienia, czym jest dowód nie-wprost i dla zrozumienia, czym jest algorytm.

Jako przypadek szczególnie pouczający rozważymy algorytm dowodu nie-wprost służący do rozstrzygnięcia, czy interesująca nas formuła logiki zdań jest prawem logiki czyli tautologią. Poznanie tej metody jest celem samo w sobie, pozwala bowiem, gdy wprowadzimy do akcji jeszcze jeden algorytm, oceniać poprawność rozumowań. Tak więc, do wymienionych dwóch pożytków z obecnego rozważania (wgląd w dowody nie-wprost i w algorytmy) dochodzi trzeci – poznanie jednej z procedur badania tautologiczności formuł logicznych (atworzono do tego celu jeszcze kilka innych procedur algorytmicznych, którymi w tym miejscu zajmować się nie będziemy).

Oto owód nie-wprost twierdzenia, że jest tautologią czyli prawem logiki formuła o nazwie: dylemat konstrukcyjny.

$$[DK] ((p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q) \wedge (p \vee r)) \Rightarrow q$$

Rozważmy następujący przykład podstawienia w tej formule, zaczerpnięty z prasy (*Gazeta Wyborcza*, 2-3 grudnia 2000).

Jeśli powstanie federacja AWS, to Krzaklewski ustąpi. $p \Rightarrow q$

Jeśli nie uda się powołać federacji, to Krzaklewski [też] ustąpi. $r \Rightarrow q$

Federacja powstanie lub nie uda się jej powołać. $p \vee r$

Więc Krzaklewski ustąpi [z funkcji przewodniczącego AWS]. q

Z. Załóżmy, że *DK nie jest tautologią*. To znaczy: istnieją podstawienia wartości 0, 1 (za symbole zmienne p, q etc.), przy których *DK* jest zdaniem fałszywym czyli przybiera wartość 0. Symbolicznie: $W\{DK\} = 0$. W tej symbolice, gdzie „ W ” oznacza wartość logiczną (1 lub 0), a w nawiasach klamrowych podaje się formułę, której dana wartość zostaje przypisana, zapisujemy nasz dowód nie-wprost, jak następuje.

1. $W\{((p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q) \wedge (p \vee r)) \Rightarrow q\} = 0$;
2. $W\{((p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q) \wedge (p \vee r))\} = 1$ z wiersza 1 i def. implikacji;
3. $W\{q\} = 0$ z 1 i def. implikacji;
4. $W\{p \Rightarrow q\} = 1$ z 2 i def. koniunkcji;
5. $W\{r \Rightarrow q\} = 1$ z 2 i def. koniunkcji;
6. $W\{p \vee r\} = 1$ z 2 i def. koniunkcji;
7. $W\{p\} = 0$ z 3, 4 i def. implikacji;
8. $W\{r\} = 0$ z 3, 5 i def. implikacji;
9. $W\{p \vee r\} = 0$ z 7, 8 i def. alternatywy.

Zdanie 9 jest sprzeczne z 6. Skoro z *Z* wynikają dwa zdania sprzeczne, to któreś z nich jest fałszywe. Wynika więc z *Z* zdanie fałszywe, wobec czego *Z* musi być też zdaniem fałszywym. A skoro fałszywe jest *Z*, to prawdą jest jego zaprzeczenie, które brzmi: *DK jest tautologią*.

Kroki 1-9 zostały wykonane pod dyktando następującego algorytmu.

- 1. Przypisz rozważanej formule wartość 0.
- 2. Jeśli jest ona implikacją, to na mocy definicji implikacji (danej w odpowiedniej tabelce) przypisz poprzednikowi 1.
- 3. Na tej samej podstawie przypisz następnikowi 0.
- 4. Jeśli poprzednik jest koniunkcją trzech członów, to przypisz pierwszemu z nich 1.

I tak dalej. Każdy z kroków tego postępowania jest wyznaczony przez strukturę rozważanej formuły, stąd wiadomo za każdym razem, jaką operację należy wykonać, bez zdobywania się na pomysłowość, bez przeplatania się prób i błędów. Mamy więc do czynienia z algorytmem.

3.3. W tak klasycznej postaci, gdy założeniem jest zaprzeczenie dokładnie jednej formuły, dowody nie-wprost występują w logice, gdzie zaprzeczenie formuły będącej tautologią na mocy definicji tautologii musi prowadzić do sprzeczności. Gdy chcemy przenieść ten wzorec dowodzenia do nauk empirycznych, trzeba go poddać stosownej adaptacji.

W teorii empirycznej sprzeczność może powstać w wyniku przyjęcia w niej wielu zdań w charakterze pierwszych przesłanek. Żeby można było przyjąć jako założenie zdanie zaprzeczające tym przesłankom, trzeba je połączyć w koniunkcję, której składnikami będą owe pierwsze przesłanki. Oznaczmy tę koniunkcję przez K .

O ile zostanie wykazane, że z K wynika para zdań sprzecznych, to nie musi być tak, że za tę sprzeczność odpowiada każdy składnik koniunkcji. Jeśli więc chcemy uniknąć sprzeczności i zarazem zachować teorię, trzeba zbadać, które składniki w K powodują sprzeczność i te amputować, zostawiając zmodyfikowaną koniunkcję K' . Taka operacja może uratować teorię, choć za cenę jej osłabienia.

Bywa, że pomimo takiej kuracji zostaną wykryte i w K' składniki rodzące sprzeczność. Wtedy konieczny jest kolejny zabieg okrojania teorii. Ta metafora medyczna sprawdza się niekiedy do smutnego końca, kiedy to pacjent umiera.

Takie procesy destrukcji zasługują na szczególną uwagę, gdy mamy do czynienia z teorią, na której opiera się jakiś projekt przebudowy rzeczywistości, na przykład budowy nowego społeczeństwa. Wtedy bowiem ujawnia się wielka praktyczna rola logiki. Dzięki logice możemy przewidzieć fiasko projektu, jeśli analiza logiczna danej teorii wykaże za-wczasu ukryte w niej sprzeczności. Mamy tu do czynienia z jednym z ważniejszych zastosowań logiki w naukach społecznych. W następnym odcinku będzie przeprowadzona analiza konkretnego historycznego przykładu tego rodzaju zastosowań.

4. Stosowanie kontrprzykładów i eliminacja hipotez

4.1. W naukach empirycznych, a więc i w społecznych, sprzeczność prowadząca do obalenia teorii pojawia się w momencie, gdy wyniki obserwacji zobowiązują do rozszerzenia teorii o nowe zdania obserwacyjne, a te okazują się sprzeczne z pewnymi twierdzeniami o charakterze ogólnym, stanowiącymi w danej teorii podstawę do wyjaśniania i przewidywania zjawisk lub faktów. Takie zdania obserwacyjne nazywają się **kontrprzykładami**

względem owych zdań ogólnych; kontrprzykładami nazywa się też same fakty będące przedmiotem danych zdań obserwacyjnych.

Mówienie o tego rodzaju sprzeczności wymaga patrzenia na teorie jak na obiekty dynamiczne, gdzie sprzeczność pojawia się tylko w pewnej fazie. Nie było jej, póki nie pojawiły się fakty kontestujące teorię czyli kontrprzykłady; nie będzie jej, o ile uda się teorię tak zreformować, żeby uwzględniała nowe fakty zachowując zarazem spójność logiczną.

Przykładem tej drugiej ewentualności może być poprawka ograniczająca stosowalność słynnej teorii Maxa Webera – teorii o korelacji dodatniej między etyką protestancką i sukcesem gospodarczym oraz korelacji negatywnej między owym sukcesem i etyką katolicką. Weber wysunął tę tezę na początku XX wieku. Przy końcu tegoż wieku mamy wyraźne kontrprzykłady do jej drugiej części, a dostarcza ich choćby katolicka Bawaria czy katolicka Irlandia. Okazuje się, że to, kto pierwszy się przestawi na informatykę jako rdzeń nowej, maksymalnie konkurencyjnej gospodarki, zależy od różnych czynników, wśród których najmniej się bodaj liczy, w jakim kościele był ochrzczony. Można jednak podjąć próbę zreformowania teorii Webera przez odebranie jej charakteru uniwersalnego i ograniczenie zakresu jej ważności do pewnego obszaru czasu i przestrzeni. Wtedy fakty pochodzące z innego obszaru nie będą w stosunku do niej kontrprzykładami.

Nie zawsze jednak taki zabieg jest możliwy. Z góry jest on wykluczony w stosunku do teorii, których racją bytu są roszczenia do charakteru uniwersalnego. Takie roszczenia w sposób szczególnie stanowczy wysuwała doktryna marksistowska, toteż nadaje się ona znakomicie do laboratoryjnego studium przypadku.

4.2. Doktryna marksistowska zasługuje na wnikliwe studium nie tylko z racji historycznej roli odgrywanej przez półtora wieku, lecz także z racji swej struktury logicznej. Jest to struktura bardzo pouczająca dla prześledzenia, jak w krytycznej analizie teorii funkcjonują kontrprzykłady. Na czele bowiem tych pożytków, które zawdzięczamy logice znajduje się umiejętność (a) odróżniania warunków wystarczającego i koniecznego oraz (b) obalania twierdzeń dotyczących jednego lub drugiego przez stosowny dobór kontrprzykładów, a więc przez procedurę postulującą niesprzeczność.

Tak się wybornie (dla dobra nauki) złożyło, że możemy porównywać dwa konkurencyjne względem siebie, wzajem się wykluczające, projekty rozwoju gospodarczego mającego zapewnić wysoki dobrobyt (i jeszcze inne dobra, o których, z braku miejsca, nie będzie tu mowy). Jeden z nich to tzw. realny socjalizm, w skrócie RS, czyli ten realizowany pod przewodem Związku Radzieckiego (odróżniamy go np. od reform socjalistycznych w demokracjach zachodnich). RS to wcielana w realne życie społeczne wersja doktryny marksistowskiej.

Drugi system nazwiemy demokracją wolnorynkową, w skrócie DWR, unikając rozmyślnie słowa „kapitalizm”. Jest ono mylące, bo chociaż (inaczej niż w RS) nie neguje się w tym systemie roli kapitału, nie uważa się go za jedyny czy najważniejszy czynnik ekonomiczny; uznaje się podobną doniosłość czynnika pracy oraz czynnika wiedzy (to ostatnie wysuwa się od niedawna na czoło). W jakiej proporcji czynniki te występują w

konkretnym tu i teraz, decydują w danej wersji systemu demokratycznie powołane władze oraz wolny rynek; stąd proponowane określenie DWR.

Pożytek poznawczy z tej przeciwstawności jest następujący. W doktrynie RS sformułowano zbiór uwarunkowań rozwoju, które łącznie miały stanowić warunek wystarczający, realizowany w systemie RS. Jednocześnie, wedle tejże doktryny, każdy z punktów owej listy stanowi warunek konieczny rozwoju, i żaden z nich nie jest realizowany w DWR. W ten sposób doktryna RS staje się, by tak rzec, obustronnie falsyfikowalna. Od strony warunków wystarczających może ją obalić porażka systemu RS, a od strony warunków koniecznych – sukces systemu DWR. I taki zmasowany atak kontrprzykładów stał się jej udziałem.

Podana niżej lista rzeczonych warunków jest grubym uproszczeniem, do którego zmusza wzgląd na ramy tej wypowiedzi, nie mającej się zamienić w obszerny traktat. Jeśli ktoś uzna je za krzywdzące dla doktryny i jej zwolenników, może z nimi polemizować, ale dla obecnego zamierzenia dydaktycznego uproszczenie takie jest nieszkodliwe.

Nauka marksizmu-leninizmu, będąca u podstaw RS, wymienia cztery takie warunki, których spełnienie ma zapewnić maksymalny rozwój ekonomiczny. Trzeba je ponazywać możliwie krótko, proponuję więc nazwy od siebie, ale treści są zaczerpnięte z pism klasyków. Oto one:

- (1) totalny etatyzm
- (2) totalny centralizm
- (3) totalny industrializm
- (4) totalne upolitycznienie gospodarki.

Przydawka „totalny” służy do odróżnienia pierwszego stadium doktryny, które można nazwać fundamentalistycznym, od stadiów późniejszej ewolucji, której istota polega na sukcesywnym zastępowaniu pierwotnej przydawki terminem „częściowy”. Każdy z tych punktów da się wyprowadzić z bardziej podstawowych przesłanek ekonomicznych i etycznych, jak teoria wartości dodatkowej oraz teoria walki klas i dyktatury proletariatu (ale dyscyplina wykładu nie pozwala na uwzględnienie tych wątków).

Totalny etatyzm oznacza, że państwo jest jedynym posiadaczem środków produkcji i jedynym pracodawcą, do czego tytuł mu daje przymiotnik w rodzaju „ludowe”, „robotnicze” czy „socjalistyczne”. Ma on wskazywać, że państwo jest pełnomocnikiem ludu pracującego miast i wsi jako prawego posiadacza (w tym duchu modlił się Julian Tuwim w *Kwiatach polskich*: „daj pracującym we władanie plon pracy ich we wsi i miastach”).

Totalny centralizm oznacza, że wszystkie decyzje dotyczące produkcji dóbr oraz ich dystrybucji są w gestii jednego organu. Trudno zrozumieć, jak w ogóle można było wpaść na taki pomysł, skoro widać naocznie, że nawet legion superkomputerów (a twórcom systemu o komputerach się nawet nie śniło) nie zdołałby przetworzyć informacji niezbędnej do trafnej decyzji ministra, żeby do sklepu przy ul. Miłej 5 dostarczyć dokładnie 10 par rajstop, bo takie zapotrzebowanie mają w tym tygodniu obywatelki danej dzielnicy. Nie mogąc tego zrozumieć, trzeba przynajmniej przyjąć do wiadomości, że taka doktryna obowiązywała w ramach naukowego światopoglądu ekonomicznego.

Totalny industrializm to teza, że głównym elementem i twórcą majątku narodowego, a więc napędem całego rozwoju jest przemysł, w szczególności przemysł ciężki (kopalnie, huty etc). Że tak wierzono świadczy fakt, iż w pewnym momencie była rodzajem odkrycia myśl o zarabianiu na turystyce, nigdy jednak konsekwentnie nie realizowana. Hotel np. nie miał być źródłem dochodu, ale świadczeniem na rzecz obywateli legalnie pozostających danej nocy poza miejscem zameldowania (mieszkaniec miasta, w którym znajdował się hotel nie miał prawa w nim nocować, nawet gdy zgubił klucze od mieszkania). Pojęcie zaś własności intelektualnej jako elementu gospodarki nie pojawiało się nawet w załączku. Od pewnego momentu zaczęto zachęcać robotników do robienia wynalazków, co nazywało się ruchem racjonalizatorskim; racjonalizator za swe osiągnięcia mógł dostać jednorazową premię i zdjęcie w gazetce ściennej. Urząd patentowy był tylko jedną z rozlicznych instytucji fasadowych (podobnie jak zawsze jednomyślny sejm, czy jak rząd, który nie rządził lecz wykonywał instrukcje Biura Politycznego).

Totalne upolitycznienie gospodarki polegało w rzeczy samej (choć tego tak nie formułowano) na tworzeniu i konserwowaniu takiego układu ekonomicznego, który najlepiej zapewniał aktualnej grupie rządzącej utrzymanie się przy władzy. Stąd odmienne od wyżej wymienionych poglądy ekonomiczne były traktowane jako przestępstwa polityczne przeciw państwowej racji stanu i podlegały stosownym represjom, podobnie jak indywidualna przedsiębiorczość, zaliczana do kategorii spekulacji, publicznie piętnowana i ścigana karnie.

4.3. Im dłużej trwała oraz im bardziej była konsekwentna realizacja tych czterech warunków mających zapewnić rozwój i dobrobyt, tym większy powstawał regres i niedostatek, tak że w ostatniej fazie pojawiło się nawet teoretyczne ujęcie tego zjawiska pod nazwą „gospodarki niedoboru” (pomysł tej nazwy dał pewien węgierski ekonomista liberalizujący, i szybko się ona upowszechniła, celnie oddając stan rzeczywistości). Pojawiały się więc co jakiś czas, poczynając już od leninowskiego NEP-u, programy i próby naprawy. Ich pojawianie się trudno wytłumaczyć inaczej jak przez fakt, że człowiek jest ze swej natury istotą logiczną, czego nie może zmienić nawet przynależność do aktywu partii komunistycznej. Coraz bardziej bowiem było widoczne, że nie jest prawdą naczelne prawo RS, mianowicie:

$$\text{PRS: } \forall_x ((TE(x) \wedge TC(x) \wedge TI(x) \wedge TU(x)) \Rightarrow Z(x))$$

gdzie x reprezentuje gospodarki, predykaty w poprzedniku występują jako skróty nazw opisanych wyżej warunków, a $Z(x)$ czytamy: x jest gospodarką w stanie zaawansowanego rozwoju. Każda z gospodarek RS dostarczała kontrprzykładu do tego prawa. **Kontrprzykładem** względem ogólnego zdania warunkowego, jak PRS, jest jednostkowy przypadek taki, że spełnia on poprzednik danego zdania nie spełnia zaś następnika.

Jednocześnie, obserwacje napływające z drugiej strony żelaznej kurtyny dostarczały kontrprzykładów do tych twierdzeń doktryny RS, które o każdym z rozważanych warunków głosiły, że jest on konieczny do rozwoju. Oto ich lista (skrót: lista warunków koniecznych):

$$\text{LWK: } \forall_x (Z(x) \Rightarrow TE(x)), \quad \forall_x (Z(x) \Rightarrow TC(x)),$$

$$\forall_x(Z(x) \Rightarrow TI(x)), \quad \forall_x(Z(x) \Rightarrow TU(x)).$$

Tak więc, doktryna RS zaczęła być zgniatana przez logiczne kleszcze naciskające z obu stron. A skoro każdy z punktów LWK został zakwestionowany przez doświadczenie historyczne ostatnich paru dekad, wbrew prorocostwom głoszonym od czasu Marksa i Engelsa, doktryna ta musiała poczuć się osierocona przez historię. To z kolei musiało jej rzecznikom i wyznawcom odebrać ducha bojowego, który był dotąd jej cechą nieodłączną.

To jeden skutek krytycznej analizy logicznej, rozpościerający się w sferze motywacji i emocji. Drugi skutek, biorący się z prawidłowego odczytania kontrprzykładów do PRS, to uznanie, że nie może być prawdą poprzednik tego prawa w jego dotychczasowej postaci. Słusznie rozumowano dalej, że ten wynik nie przesądza, czy trzeba odrzucić poprzednik w całości, czy też może da się zapobiec falsyfikacji przez stosowne ograniczenia. Widać z formuły PRS, że mogą one pójść w jednym z dwóch kierunków, lub w obu naraz: skreślić w tym lub innym predykcje literę „T” i zastąpić ją przez „C” (częściowy), ewentualnie zrezygnować całkowicie z jednego lub więcej warunków.

Przyjęto pierwsze z tych rozwiązań, co stworzyło nową i dość osobliwą sytuację logiczną. Oto system dotąd odważnie się wystawiający na testy empiryczne poprzez totalność swych postulatów, kiedy poległ w zwarcu z rzeczywistością, odradza się w nowej postaci, a pomny smutnych doświadczeń chroni się teraz w niejasność i pochodną od niej niesprawdzalność. Jej siedliskiem jest treść określenia „częściowy”.

I tak, tylko część środków produkcji musi być własnością państwa. To, że nie skreślono całkowicie postulatu etatyzmu pozwoliło doktrynie zachować jakąś tożsamość, a więc odróżniać się nadal w tym punkcie od DRW, ale tylko do czasu. Powstaje bowiem pytanie: jak duża ma to być część? Na to doktryna już nie odpowie. Odpowiedzi trzeba szukać w doświadczeniu gospodarczym.

Następuje więc decydująca zmiana metodologii. A za nią muszą pójść zmiany w treści doktryny prowadzące stopniowo do jej zaniku. Albowiem postulat metodologiczny, żeby optymalny udział własności państwowej w całości gospodarki określać empirycznie jest postulatem przejętym od przeciwnika, to jest od DWR. On przecież nie przesądza z góry, że nie ma być własności państwowej, ale pozostawia rzecz werdyktowi doświadczenia: co będzie lepiej służyć rozwojowi gospodarki. Jeśli wyjdzie, że ma być pół na pół, to niech tak będzie. A jeśli wyjdzie, że zero? Ktoś, kto wtedy powie, że wbrew rozumowi ekonomicznemu trzeba zachować rolę państwa nie okaże się istotą myślącą; ale kto się z utratą tej roli pogodzi, nie będzie już komunistą, a ani nawet R-socjalistą. A samo zaistnienie takiego dylematu, czy być rozumnym, czy być komunistą, jest przegraną komunizmu.

Tak analizując pozostałe elementy formuły PRS, dojdzie się za każdym razem do podobnego wniosku. Można więc powiedzieć, że analiza logiczna doktryny RS istotnie się przyczynia do odpowiedzi na pytanie postawione przez Mieczysława F. Rakowskiego jako tytuł wspomnień z jego kariery politycznej: *jak to się stało?* Odpowiedź brzmi: *stało się tak, jak musiało*. Musiało się tak stać z racji logicznych.

A oto najkrótsze streszczenie tego procesu. Doktryna komunistyczna Marksa i Engelsa miała w sobie potężny ładunek przewidywań empirycznych co do losów kapitalizmu oraz jak będzie wyglądał świat dzięki realizacji komunizmu. Ludzie wyznający tę

doktrynę w jej fazie po drugiej wojnie światowej musieli zarazem uznać napływające szerokim strumieniem doświadczenia negatywne co do spełnialności jej prognoz w obu częściach (klęska kapitalizmu, sukces komunizmu). Doświadczenia te okazały się sprzeczne z doktryną RS, co dało powód, żeby po wyczerpaniu wszystkich możliwości rewizji doktryny zrezygnować z niej ostatecznie. Ten fakt logiczny miał skutek polityczny — oddanie władzy takiej formacji, która nie wyznawała doktryny obalonej przez fakty.

4.3. Jak dowieść nie-wprost regułę obalania kontrprzykładem zdań ogólnych. W ustępie 3.2 pewna technika dowodzenia nie-wprost została opisana na przykładzie odnoszącym się do prawa logiki (czyli tautologii) zwanego prawem dylematu konstrukcyjnego. Choć stosunkowo złożone (trzy zmienne), jest to prawo wysoce intuicyjne, to znaczy łatwo akceptowane przez naszą przednaukową kompetencję logiczną. Potrzebowaliśmy więc dowodu nie po to, żeby się przekonać o tautologiczności czyli uniwersalnej (tj. przy dowolnych podstawieniach) ważności tego prawa, ale raczej po to, żeby na pewnym przykładzie zaobserwować zgodność pomiędzy teorią logiczną i przednaukową kompetencją logiczną. Każdy kolejny przypadek tego rodzaju wzmacnia zaufanie do przednaukowej kompetencji logicznej.

Obecnie rozważymy inny przypadek, zasługujący na szczególną uwagę. Będąc jedną więcej ilustracją zgodności teorii z przednaukową intuicją, dostarcza on zarazem teoretycznego uzasadnienia dla strategii kontrprzykładu; tej strategii, która w ustępie 4.2 była stosowana w sposób intuicyjny, za sprawą przednaukowej kompetencji logicznej.

Może się nasunąć się pytanie, po co się trudzić teoretycznym naukowym uzasadnieniem, skoro do stosowania tej strategii wystarcza przednaukowa intuicja. Jedną odpowiedź jest taka, że owa intuicja nie jest nam dana w całej gotowości i w sposób doskonały. Dana jest każdemu w jakimś załączku, a rozwija się stopniowo na dwa sposoby, które się wzajemnie powinny wspierać: przez praktykę rozumowania i teoretyczną nad nim refleksję. Można to porównać do rozwijania kompetencji językowej przez praktykę mówienia i zarazem nabywanie teoretycznej wiedzy o języku: leksykalnej, gramatycznej, historycznej (etymologii itp). Kurs logiki ma dawać podobne korzyści, gdy idzie o kompetencję logiczną,

Druga odpowiedź wiąże się z metodologią nauk społecznych. W badaniu takich zjawisk jak opinie, mity, postawy, preferencje itp. funkcjonuje w jakimś zakresie założenie o racjonalności respondentów. Bez niego nie można by robić nawet najprostszyc badań opinii publicznej; zakłada się w nich przecież, że gdy ktoś daje wyraz pogładowi P , to nie żywi zarazem poglądu $nie-P$. Jest to minimalne założenie o racjonalności, a z reguły czyni się założenia mocniejsze, jak to o zdolności do racjonalnego wnioskowania, do kierowania się własnym interesem itp. Jak daleko wolno się posuwać (by nie rozminąć się z prawdą) w czynieniu takich założeń? Jest to zagadnienie mało zbadane. Studium logiki ma dać adeptom nauk społecznych świadomość problemu i narzędzia do samodzielnego sobie z nim radzenia.

Trzeci powód do posłużenia się algorytmicznym dowodem nie-wprost (miast poprzestania na intuicjach) to ten, że dobrze to służy wyrobieniu humanistycznemu. Przedmiotem humanistyki jest kultura, to znaczy wszystkie czynności umysłu i wszystkie wytwory tych czynności. A więc dowody matematyczne i algorytmy pisane dla komputerów, teorie przyrodnicze i społeczne, katedry i mosty, sonety i symfonie. Kto zna tylko jeden kraniec w tym

spektrum kultury, ten jeszcze nie jest humanistą. Przykładowe posługiwanie się tutaj procedurami algorytmicznymi ma uzupełnić myślenie humanistyczne w tej części spektrum, która nie zawsze wchodzi w skład wiedzy ludzi mniających się humanistami.

Kontrprzykładem, przypomnijmy, względem ogólnego zdania warunkowego

[Og] $\forall x(A(x) \Rightarrow B(x))$

jest fakt opisywany przez zdanie (samo to zdanie też bywa nazywane kontrprzykładem):

[Kp] $A(k) \wedge \neg B(k)$,

gdzie „ A ” i „ B ” są opisami jakichś sytuacji, takich, że zawsze gdy dowolny przedmiot (x) z rozważanej dziedziny znajduje się w sytuacji A , to znajduje się też w sytuacji B . Symbol „ k ” jest nazwą jakiegoś konkretnego przedmiotu (może mieć ona formę imienia własnego).

Gdu używamy [Kp] do obalenia [Og], to postępujemy w myśl reguły wnioskowania, która powiada, że z [Kp] wolno wywnioskować negację zdania [Og], czyli na podstawie [Kp] obalić [Og]. Symbolicznie:

[RK] $A(k) \wedge \neg B(k) \nearrow \neg \forall x(A(x) \Rightarrow B(x))$.

Przedmiotem dowodu może być nie tylko twierdzenie (jak DK w ustępie 3.2) lecz także reguła logiczna. W przypadku twierdzenia mającego formę implikacji dowodzimy, że nie jest możliwe, żeby przy jakimkolwiek podstawieniu jej poprzednik stał się prawdziwy a następnik fałszywy. W przypadku zaś reguły dowodzimy, że nie jest możliwe, żeby jej przesłanka była prawdziwa, wniosek zaś fałszywy.

Pomimo tego podobieństwa praw logiki w formie implikacyjnej oraz reguł, polegającego na analogicznym sposobie dowodzenia, trzeba odróżniać te konstrukcje językowe. Rozróżnienie to zdaje sprawę z występującej w języku naturalnym różnicy między tekstem złożonym z conajmniej dwóch zdań, mianowicie przesłanki i wniosku, powiązanych słówkiem w rodzaju „więc”, a pojedynczym zdaniem utworzonym za pomocą spójnika „jeśli, to”. Dla podstawowego działu logiki zwanego logiką klasyczną jest tak, że ilekroć implikacja „ $A \Rightarrow B$ ” jest prawem logiki, to „ $A \nearrow B$ ” jest niezawodną regułą wnioskowania, i odwrotnie. Stąd, wystarczy dowieść o jakiejś implikacji, że jest prawem logiki, aby tym samym wykazać, że odpowiadająca jej reguła wnioskowania jest niezawodna, a więc poprawna; nazwiemy to uprawomocnieniem reguły przez odpowiednie prawo. Można też reguły dowodzić bezpośrednio, jak to się czyni poniżej.

W dowodzie będzie nam potrzebna reguła opuszczania czyli eliminacji kwantyfikatora ogólnego, zwana też regułą konkretyzacji, gdyż zmienna zostaje zastąpiona przez nazwę konkretnego przedmiotu (tu markuje ją litera „ k ”). Oznaczmy tę regułę skrótem $[\forall]$ i zapiszemy następująco:

$[\forall]$ $\forall x A(x) \nearrow A(k)$.

A oto dowód nie-wprost reguły [RK]. Załóżmy, że [RK] nie jest niezawodną regułą wnioskowania, a więc, że bywają takie przypadki, w których przesłanka jest prawdziwa, a wniosek fałszywy. Odnotujmy obie części tego założenia, odpowiednio, w wierszach 1 i 2.

1. $W\{A(k) \wedge \neg B(k)\} = 1$;
2. $W\{\neg(\forall_x(A(x) \Rightarrow B(x)))\} = 0$;
3. $W\{\forall_x(A(x) \Rightarrow B(x))\} = 1$ z 2 i def. negacji;
4. $W\{A(k) \Rightarrow B(k)\} = 1$ z 3 przez reg. $[\forall]$;
5. $W\{A(k)\} = 1$ z 1 i def. koniunkcji;
6. $W\{\neg B(k)\} = 1$ z 1 i def. koniunkcji;
7. $W\{B(k)\} = 0$ z 6 i def. negacji;
- Sprzeczność z 4, 5, 7 i def. implikacji.

Powyższy dowód reguły RK, podobnie jak wyżej w odcinku 3.2 dowód tautologii DK, został przeprowadzony w ten sposób, że zaznacza się wyraźnie, za pomocą symbolu „W” i nawiasów klamrowych, jaką wartość logiczną przypisuje się danej formule. W tej technice zapisu prawomocność każdego kroku dowodowego, czyli przejścia do następnego wiersza, wykazuje się przez powołanie się na tabelki definiujące symbole logiczne (negacji etc.). Ma to tę zaletę praktyczną, że odwołuje się tylko do najbardziej elementarnych wiadomości z logiki (z uzupełnieniem o wprowadzoną wyżej regułę \forall). Nie jest to jednak standardowy sposób postępowania w dowodzeniu czy to tautologii czy reguł wnioskowania; jest on niepotrzebnie „kosztowny” w sensie wypisywania wielu symboli, których nie będziemy potrzebować, gdy skorzystamy z innej techniki. Wymaga jednak ta inna więcej wiadomości, mianowicie znajomości pełnego zestawu reguł wnioskowania. Zestaw taki został podany w rozdziale V obecnej książki (*Logika współczesna w zastosowaniu do nauk społecznych*) w ustępie 5.2 (www.calculemus.org/lect/logsoc/05/log5.pdf). Oto dowód wedle jednej ze standardowych metod, zwanej metodą tabel analitycznych.

1. $A(k) \wedge \neg B(k)$;
2. $\neg(\neg(\forall_x(A(x) \Rightarrow B(x))))$;
3. $\forall_x(A(x) \Rightarrow B(x))$ z 1, reg. opuszczania podw. negacji $[\neg, \neg]$;
4. $A(k) \Rightarrow B(k)$ z 3, reg. opuszczania kwant. og. $[\forall]$;
5. $A(k)$ z 1, reg. opuszczania koniunkcji $[\wedge]$;
6. $\neg B(k)$ z 1, reg. $[\wedge]$;
7. $\neg A(k) \mid B(k)$ z 4, reg. opuszczania implikacji $[\Rightarrow]$

=====

Podwójna kreska pod ostatnim wierszem jest umownym wskaźnikiem, że wywód się zamyka dojdziem do sprzeczności. Mianowicie w wierszu 7 dowód się rozgałęzia w wyniku zastosowania reguły $[\Rightarrow]$, która ma oparcie w definicji implikacji, mówiącej m.in., że prawdziwa implikacja ma fałszywy poprzednik lub prawdziwy następnik (oczywiście, w nie-wyłączającym sensie „lub”). Gdy występują dwie ewentualności, oddajemy to rozgałęzieniem, symbolizowanym w wierszu 7 przez pionową kreskę. Ponieważ na każdej gałęzi występuje sprzeczność (na lewej z wierszem 5, na prawej z wierszem 6), widać, że założenie iż rozważana reguła RK nie jest niezawodna prowadzi zawsze do sprzeczności, co świadczy, że RK *jest* regułą niezawodną.

4.4. Operowanie kontrprzykładem nadaje się nie tylko do uzyskiwania wyników negatywnych, mianowicie obalania hipotez niezgodnych z faktami. W określonej konfiguracji hipotez poprzez wyniki negatywne przynosi ono rezultat pozytywny, mianowicie

akceptację pewnej hipotezy. Procedurę tę określa nazwa: **uzasadnianie hipotezy przez eliminację hipotez konkurencyjnych**.

Niezbędna do tego konfiguracja podpada pod regułę wnioskowania mającą za przesłanki alternatywę iluś zdań oraz koniunkcję zaprzeczeń wszystkich członów danej alternatywy z wyjątkiem jednego. Wtedy ten członek, który nie został zaprzeczony, zostaje z konieczności uznany za prawdę. Konieczność bierze się stąd, że uznaje się za prawdę ową alternatywę, a prawdziwa alternatywa nie może mieć wszystkich członów fałszywych; jeśli więc zostały obalone jako fałszywe wszystkie z wyjątkiem jednego, to ten jeden musi być prawdziwy. Oto zapis owej reguły w przypadku dwóch członów:

$$A \vee B, \neg A \nearrow B$$

Analogiczna reguła prowadzi do A , gdy zaprzeczeniu podlega członek B . Przy większej liczbie członów regułę tę stosuje się wielokrotnie.

Oto przykład eliminacji hipotez, gdy w każdej hipotezie podlega zaprzeczeniu warunek konieczny. Włamano się do sklepu jubilera. Na podstawie zeznań przechodniów sporządzono przybliżony portret włamywacza, a zorganizowana natychmiast obława doprowadziła do ujęcia czterech osobników odpowiadających rysopisowi, o nazwiskach Abacki, Babacki, Cabacki i Dabacki; w skrócie będą oni symbolizowani, odpowiednio, literami: a, b, c, d . Tak powstała przesłanka rozumowania w formie alternatywy, gdzie „ W ” to skrót predykatu: „należy do kręgu podejrzanych o włamanie”:

$$W(a) \vee W(b) \vee W(c) \vee W(d).$$

Okazało się w wyniku przesłuchań, że Abacki ma niepodważalne alibi, Cabacki jest inwalidą niezdolnym do ucieczki z łupem, a Dabacki jest poszkodowanym jubilerem. W tej sytuacji jako jedyny podejrzany pozostał Babacki, wobec czego został zatrzymany w celu dokładniejszego przesłuchania.

Obalanie hipotez będących członami tej alternatywy dokonuje się na podstawie reguły wnioskowania zwanej *regułą transpozycji*, mianowicie:

$$A \Rightarrow B, \neg B \nearrow \neg A.$$

I tak, do Abackiego stosuje się następujące rozumowanie, w którym „ M ” znaczy: był na miejscu przestępstwa w trakcie jego popełnienia:

$$W(a) \Rightarrow M(a), \neg M(a) \nearrow \neg W(a).$$

Sytuacja $\neg M(a)$ to tyle, co posiadanie alibi. Analogiczny schemat stosuje się do pozostałych osób uwolnionych od podejrzania.

Rozważmy obecnie przykład hipotez będących zdaniem ogólnym; trudno go nazwać realistycznym, ale przejrzyście ilustruje on typ rozumowań, które się realnie zdarzają. Pewien smakosz trunków, używający ich w nadmiarze, był proszony przez przyjaciół, żeby przestał się nimi codziennie upijać. Smakosz obiecał, że posłucha tej rady, ale wpierw musi naukowo ustalić, który z trunków ma tak niezdrowe skutki. A zwykły pijać co trzy dni inny trunek, zawsze przy tym z wodą sodową. Zaczął więc czynić systematyczne obserwacje. I tak, jednego wieczoru wypił pokaźną porcję whisky z wodą, poczem przyjaciele zastali go w stanie dalekim od trzeźwości. Drugiego wieczoru wypił brandy w

wodą i skutek był identyczny. Sytuacja się powtórzyła trzeciego wieczoru, gdy do eksperymentu posłużył gin z wodą. Czwartego dnia Smakosz oświadczył przyjaciołom, że już nigdy nie weźmie do ust wody sodowej, jako składnika koniecznego do upicia się. Co go upoważniło do tego wniosku? Rozumowanie jego było poprawne pod względem formalnym, o ile przyjął następującą alternatywę, gdzie predykat „ P ” znaczy tyle, co „jest pijany”, a predykaty „ W ”, „ B ”, „ G ”, „ S ” oznaczają, odpowiednio: pije whisky, brandy, gin, wodę sodową.

$$1. \forall_x(P(x) \Rightarrow W(x)) \vee \forall_x(P(x) \Rightarrow B(x)) \vee \forall_x(P(x) \Rightarrow G(x)) \vee \forall_x(P(x) \Rightarrow S(x)).$$

Gdy pierwszego wieczoru Smakosz upił się whisky z wodą sodową, nie pił brandy ani ginu. Zapisał więc swoje doświadczenie w postaci następujących zdań obserwacyjnych (w których „ a ” symbolizuje jego imię własne):

$$2. P(a) \wedge \neg B(a)$$

$$3. P(a) \wedge \neg G(a).$$

Drugiego wieczoru, gdy w swoim menu pominął whisky (z wodą) na rzecz brandy (z wodą), miał do zanotowania wynik następujący:

$$4. P(a) \wedge \neg W(a).$$

W ten sposób poprawnie wyeliminował trzy pierwsze człony alternatywy. Miał więc wystarczającą formalną podstawę, żeby przyjąć za prawdę ostatni człon, mówiący, że do upicia się konieczna jest woda sodowa.

Historia ta nie tylko ilustruje proces eliminacji hipotez będących zdaniem ogólnymi. Dobrze ona oddaje różnicę pomiędzy dwoma rodzajami błędów, które nazywamy błędem formalnym i błędem materialnym (inaczej, treściowym). **Błąd formalny** zachodzi wtedy, gdy wniosek nie wynika logicznie z przesłanek, czyli brak jest reguły, która by usprawiedliwiła uznanie zdania uchodzącego za wniosek na podstawie zdań branych za przesłanki. **Błąd materialny** to po prostu fałszywość jednej lub więcej przesłanek.

W rozumowaniu Smakosza nie ma błędów formalnych, poprawne materialnie są przesłanki 2, 3, 4, ale rozumowanie jest skażone błędem materialnym tkwiącym w przesłance 1. Alternatywa jest niekompletna, bo tworząc listę składników mogących być warunkiem upicia się, Smakosz pominął pewien składnik wchodzący w skład whisky, brandy i ginu, mianowicie alkohol. Należało w kolejnych członach alternatywy uwzględnić osobno smakowe składniki whisky, brandy i ginu oraz alkohol i wodę sodową. Należało też wykonać eksperyment polegający na picciu trunku bez wody sodowej, co by ją wyeliminowało z kręgu podejrzanych, na równi ze smakowymi składnikami trunków. Uzupełniając przy tym do kompletnego wykazu listę trunków, doszłoby się do wniosku, niewątpliwie prawdziwego, że konieczny do upicia się jest alkohol.

Podsumowując ten rozdział dotyczący trzech różnych procedur, pozostaje zwrócić uwagę na to, że wspólna ich cecha, mianowicie posługiwanie się negacją, należy do istoty naukowego krytycyzmu. Kondycja naszego umysłu jest taka, że z reguły prawda bywa mu dana nie wprost, ale przez eliminację błędów popełnianych w kolejnych próbach. Narzędziem logicznym, które do tego celu służy jest operacja negowania. Zawartość obecnego rozdziału ma się przyczynić do nabycia wprawy w operowaniu tym ostrym narzędziem.